

Aula 3 - Quadripolos: Determinação dos Parâmetros Z e Y

Sumário

- Quadripolos;
- Parâmetros Z e Y;
- Transformações Z - Y e Y - Z;

Quadripolos

Os Quadripolos (modelo de duas portas) são utilizados para descrever o comportamento de um circuito em termos das tensões e correntes de entrada e de saída do circuito. São utilizados para descrever o comportamento de circuitos de transformadores, linhas de transmissão, amplificadores, entre outros. A Fig. 1 mostra a estrutura básica e as variáveis de entrada e saída de um quadri polo.

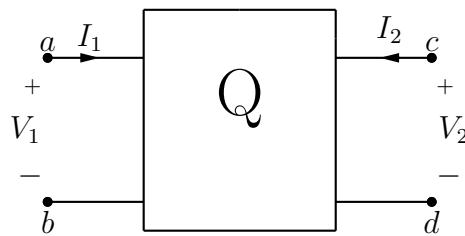


Figura 1: Estrutura básica de um quadri polo.

O modelo de quadri polo só pode ser aplicado a circuitos nos quais:

- a energia armazenada é nula;
- não existem fontes independentes;
- não existem ligações entre as portas de entrada e de saída.

Teorema da reciprocidade (Quadripolos passivos):

- $ab \rightarrow$ excitação x \implies medimos y em cd ;
- $cd \rightarrow$ excitação x \implies mediremos y em ab .

Somente duas das quatro variáveis (V_1 , I_1 , V_2 e I_2) associadas a um quadri polo são independentes; deste modo, basta um sistema de duas equações para descrever o circuito. Os coeficientes das variáveis nas equações que descrevem um quadri polo são chamados de parâmetros.

Existem seis formas distintas de combinar as quatro variáveis. Podem ser definidos, então, seis tipos de parâmetros: A, B, G, H, Z e Y. Estar-se-á particularmente interessado apenas nos parâmetros Z, Y e H.

Parâmetros de Impedância - Z

Considerando um quadripolo descrito pelo seguinte sistema de equações:

$$(Z) \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2. \end{cases} \quad (1)$$

Os parâmetros Z_{11} , Z_{12} , Z_{21} e Z_{22} expressam a razão entre uma tensão e uma corrente; ou seja, representam uma impedância.

O modelo desse quadripolo é visto na Fig. 2.

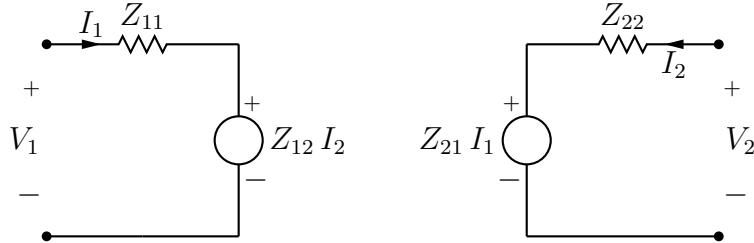


Figura 2: Modelo de quadripolo com parâmetros Z.

Os parâmetros são calculados ou medidos nas seguintes situações de circuito aberto:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \Omega; & Z_{21} &= \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \Omega; \\ Z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \Omega; & Z_{22} &= \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \Omega. \end{aligned} \quad (2)$$

Pode se observar nas equações acima, que $I_1 = 0$ ou $I_2 = 0$. Por este motivo, os parâmetros Z são conhecidos como parâmetros de circuito aberto.

O circuito equivalente do circuito interno do quadripolo (Círculo T), representado pelos parâmetros Z é visto na Fig. 3.

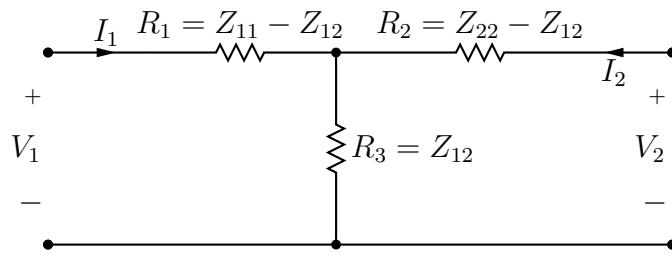


Figura 3: Círculo T.

Geralmente $Z_{12} = Z_{21}$.

Parâmetros de Admitância - Y

Considere um quadripolo sendo descrito pelo sistema de equações visto a seguir:

$$(Y) \begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2. \end{cases} \quad (3)$$

Os parâmetros Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} e Y_{22} expressam a razão entre uma corrente e uma tensão; ou seja, representam uma admitância.

O modelo desse quadripolo é visto na Fig. 4.

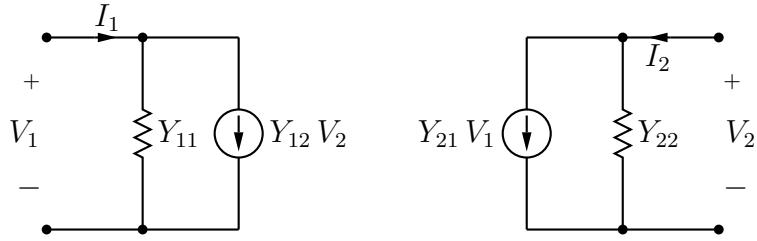


Figura 4: Modelo de quadripolo com parâmetros Y.

Os parâmetros podem ser calculados ou medidos nas seguintes situações de curto-circuito:

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} S; & Y_{21} &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} S; \\
 Y_{12} &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} S; & Y_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} S.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Pode se observar nas equações acima, que $V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$. Por esta razão, os parâmetros Y também são conhecidos como parâmetros de curto-circuito.

O circuito equivalente do circuito interno do Quadripolo (Circuito π), representado pelos parâmetros Y, é visto na Fig. 5.

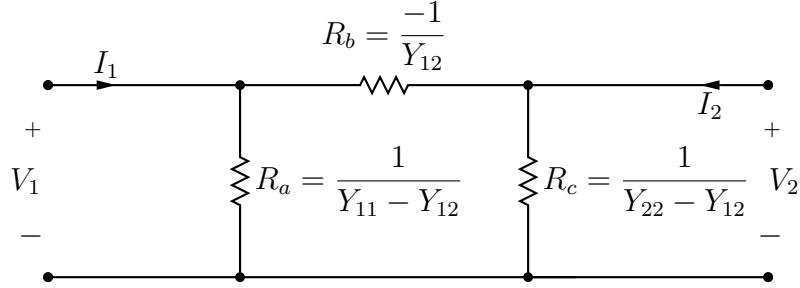


Figura 5: Circuito π .

Transformação Z - Y

Seja: $S = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}$, pode-se obter as seguintes equações que relacionam os parâmetros Z e Y:

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= \frac{Z_{22}}{S}; & Y_{12} &= \frac{-Z_{12}}{S}; \\
 Y_{21} &= \frac{-Z_{21}}{S}; & Y_{22} &= \frac{Z_{11}}{S}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Transformação Y - Z

Sendo: $T = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$, as equações que relacionam os parâmetros Y e Z são dadas abaixo.

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \frac{Y_{22}}{T}; & Z_{12} &= \frac{-Y_{12}}{T}; \\
 Z_{21} &= \frac{-Y_{21}}{T}; & Z_{22} &= \frac{Y_{11}}{T}.
 \end{aligned} \tag{6}$$