

Aula 3 - Quadripolos: Determinação dos Parâmetros Z e Y

Sumário

- Quadripolos;
- Parâmetros Z e Y;
- Transformações Z - Y e Y - Z;

Quadripolos

Os Quadripolos (modelo de duas portas) são utilizados para descrever o comportamento de um circuito em termos das tensões e correntes de entrada e de saída do circuito. São utilizados para descrever o comportamento de circuitos de transformadores, linhas de transmissão, amplificadores, entre outros. A Fig. 1 mostra a estrutura básica e as variáveis de entrada e saída de um quadripolo.

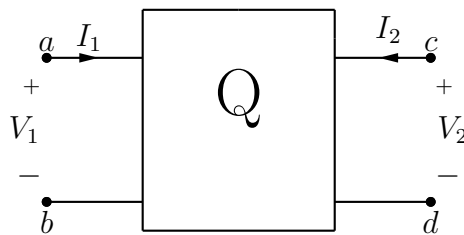


Figura 1: Estrutura básica de um quadripolo.

O modelo de quadripolo só pode ser aplicado a circuitos nos quais:

- a energia armazenada é nula;
- não existem fontes independentes;
- não existem ligações entre as portas de entrada e de saída.

Teorema da reciprocidade (Quadripolos passivos):

- $ab \rightarrow \text{excitação } x \implies \text{medimos } y \text{ em } cd$;
- $cd \rightarrow \text{excitação } x \implies \text{mediremos } y \text{ em } ab$.

Somente duas das quatro variáveis (V_1 , I_1 , V_2 e I_2) associadas a um quadripolo são independentes; deste modo, basta um sistema de duas equações para descrever o circuito. Os coeficientes das variáveis nas equações que descrevem um quadripolo são chamados de parâmetros.

Existem seis formas distintas de combinar as quatro variáveis. Podem ser definidos, então, seis tipos de parâmetros: A, B, G, H, Z e Y. Estar-se-á particularmente interessado apenas nos parâmetros Z, Y e H.

Parâmetros de Impedância - Z

Considerando um quadripolo descrito pelo seguinte sistema de equações:

$$(Z) \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2. \end{cases} \quad (1)$$

Os parâmetros Z_{11} , Z_{12} , Z_{21} e Z_{22} expressam a razão entre uma tensão e uma corrente; ou seja, representam uma impedância.

O modelo desse quadripolo é visto na Fig. 2.

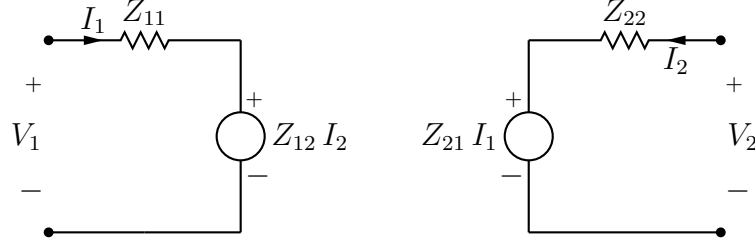


Figura 2: Modelo de quadripolo com parâmetros Z.

Os parâmetros são calculados ou medidos nas seguintes situações de circuito aberto:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \Omega; & Z_{21} &= \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \Omega; \\ Z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \Omega; & Z_{22} &= \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \Omega. \end{aligned} \quad (2)$$

Pode se observar nas equações acima, que $I_1 = 0$ ou $I_2 = 0$. Por este motivo, os parâmetros Z são conhecidos como parâmetros de circuito aberto.

O circuito equivalente do circuito interno do quadripolo (Circuito T), representado pelos parâmetros Z é visto na Fig. 3.

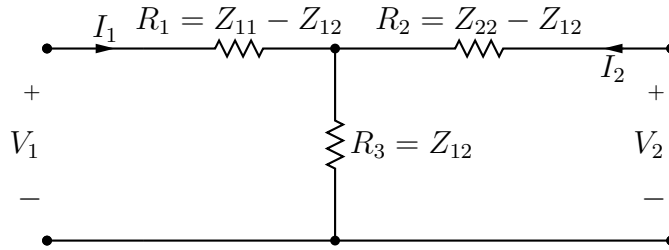


Figura 3: Circuito T.

Geralmente $Z_{12} = Z_{21}$.

Parâmetros de Admitância - Y

Considere um quadripolo sendo descrito pelo sistema de equações visto a seguir:

$$(Y) \begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2. \end{cases} \quad (3)$$

Os parâmetros Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} e Y_{22} expressam a razão entre uma corrente e uma tensão; ou seja, representam uma admitância.

O modelo desse quadripolo é visto na Fig. 4.

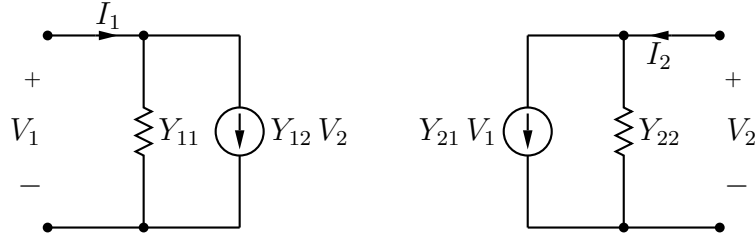


Figura 4: Modelo de quadripolo com parâmetros Y.

Os parâmetros podem ser calculados ou medidos nas seguintes situações de curto-circuito:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} S; & Y_{21} &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} S; \\ Y_{12} &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} S; & Y_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} S. \end{aligned} \quad (4)$$

Pode se observar nas equações acima, que $V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$. Por esta razão, os parâmetros Y também são conhecidos como parâmetros de curto-circuito.

O circuito equivalente do circuito interno do Quadripolo (Circuito π), representado pelos parâmetros Y, é visto na Fig. 5.

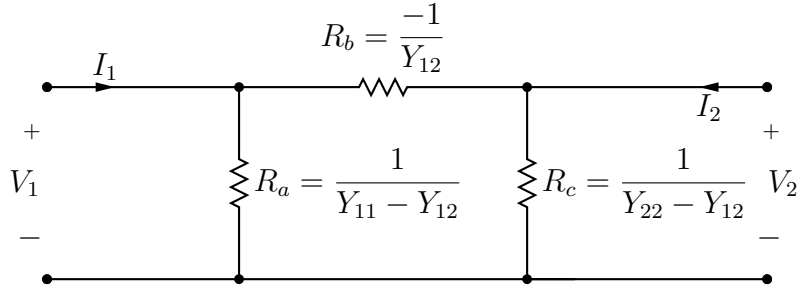


Figura 5: Circuito π .

Transformação Z - Y

Seja: $S = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}$, pode-se obter as seguintes equações que relacionam os parâmetros Z e Y:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{Z_{22}}{S}; & Y_{12} &= \frac{-Z_{12}}{S}; \\ Y_{21} &= \frac{-Z_{21}}{S}; & Y_{22} &= \frac{Z_{11}}{S}. \end{aligned} \quad (5)$$

Transformação Y - Z

Sendo: $T = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$, as equações que relacionam os parâmetros Y e Z são dadas abaixo.

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{Y_{22}}{T}; & Z_{12} &= \frac{-Y_{12}}{T}; \\ Z_{21} &= \frac{-Y_{21}}{T}; & Z_{22} &= \frac{Y_{11}}{T}. \end{aligned} \quad (6)$$