

Aula 2 - Teoremas de Thévenin e Norton

Sumário

- Algarismos significativos e formas de apresentação;
- Erro percentual;
- Equivalentes de Thévenin e Norton;
- Modelo do Amplificador Operacional;
- Modelo do Transistor.

Algarismos Significativos e Formas de Apresentação

Os algarismos significativos informam a magnitude e a precisão de uma medida, por exemplo:

- 18Ω : entre 17Ω e $19\Omega \rightarrow 2$ algarismos significativos;
- $18,0\Omega$: entre $17,9\Omega$ e $18,1\Omega \rightarrow 3$ algarismos significativos.

As formas de apresentação do erro são as seguintes:

- Erro absoluto: $(18 \pm 1)\Omega$;
- Erro relativo: $18\Omega \pm 0,055$;
- Erro percentual: $18\Omega \pm 5,55\%$.

Ao realizar-se a adição (e subtração) de medições (ou de cálculos) com distintas exatidões, têm-se:

- $R_1 = 15,7\Omega$ (3 algarismos significativos);
- $R_2 = 5,234\Omega$ (4 algarismos significativos);
- $R_1 + R_2 = 20,934\Omega \rightarrow 20,9$ (3 algarismos significativos).

Já ao se realizar o produto de medições com distintas exatidões (+ ou -), têm-se:

- $R = 25,38\Omega$ (4 algarismos significativos);
- $I = 5,15A$ (3 algarismos significativos);
- $V = RI = 130,7070V \rightarrow 130$ (3 algarismos significativos).

Portanto, é importante definir com quantos algarismos significativos irá se trabalhar.

Erro Percentual

Seja: V_i o valor ideal de tensão sobre um resistor e V_R o valor real observado em um voltímetro, conforme visto na Fig. 1.

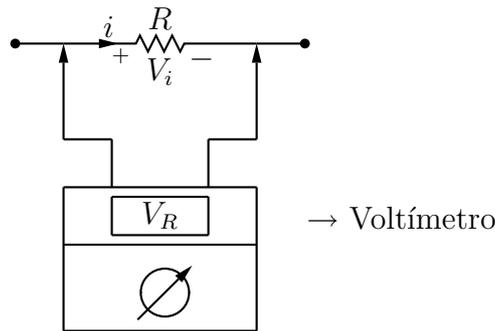


Figura 1: Valor real de tensão observado em um Voltímetro.

Aplicando uma regra de três simples:

$$\begin{array}{l} V_i - 100 \% \\ V_R - x \% \\ \downarrow \\ x = \frac{V_R}{V_i} 100 [\%]. \end{array} \quad (1)$$

Obtém-se a expressão do erro percentual (ϵ):

$$\begin{array}{l} \epsilon = |100 - x| \\ \epsilon = \left| 100 - \frac{V_R}{V_i} 100 \right| \\ \epsilon = 100 \left| \frac{V_i - V_R}{V_i} \right| \\ \epsilon = 100 \frac{|V_i - V_R|}{|V_i|} [\%]. \end{array} \quad (2)$$

Por exemplo, seja $V_i = -12,00\text{V}$ e $V_R = -12,73\text{V}$, obtém-se:

$$\begin{array}{l} \epsilon = 100 \frac{|-12,00 - (-12,73)|}{|-12,00|} \\ \epsilon \cong 6,08\%. \end{array} \quad (3)$$

Equivalente Thévenin

O Teorema de Thévenin é um dos mais importantes conceitos de análise de circuitos. Foi apresentado por Leon Charles Thévenin, Engenheiro Francês, em 1883, em um artigo intitulado: Sobre um Novo Teorema da Eletricidade Dinâmica, na revista científica francesa *Journal de Physique - Théorique et Appliquée*.

Este teorema é usado, em geral, para transformar um circuito complexo noutro circuito equivalente mais simples, composto de apenas uma resistência e uma fonte.

O Teorema de Thévenin afirma que qualquer rede linear composta de fontes de tensão e resistências, considerando dois pontos quaisquer da rede, pode ser substituída por uma resistência equivalente, R_{Th} , em série com uma fonte equivalente, V_{Th} : Equivalente Thévenin.

Obs.: caso não haja fontes independentes não há V_{Th} ($V_{Th} = 0$).

A Fig. 2 exibe o equivalente Thévenin do circuito representado pelo bloco A, onde:

- A e B são sistemas lineares;
- $V_{Th} = V_{OC}$ (tensão de circuito aberto, $I_a = 0A$);
- R_{Th} é a resistência equivalente entre os terminais a e b do bloco A com todas as fontes independentes desconsideradas.

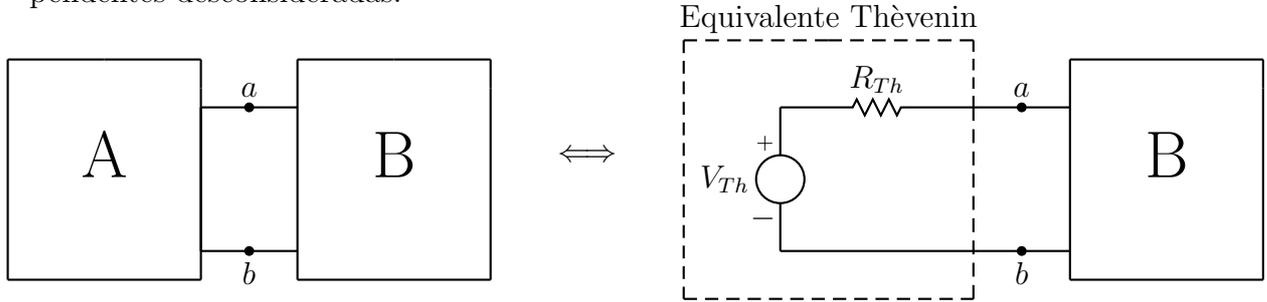


Figura 2: Equivalente Thévenin do circuito A.

Para obter os valores de R_{Th} e V_{Th} , analiticamente, deve-se executar os seguintes passos:

1. Para calcular R_{Th} , deve-se eliminar todas as fontes independentes (substituindo as fontes de tensão por curto-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos) e em seguida determinar a resistência equivalente entre os terminais escolhidos.
2. Para calcular V_{Th} , deve-se determinar a diferença de potencial (ddp) entre os terminais escolhidos, em aberto (circuito aberto).

Já para obter-se experimentalmente os parâmetros de um circuito equivalente de Thévenin, pode-se determinar, inicialmente, o valor de V_{Th} medindo a tensão de circuito aberto entre os terminais escolhidos. Determina-se então, o valor de R_{Th} , colocando um resistor variável (potenciômetro) nos terminais a e b em série uma fonte de tensão V constante. Varia-se o valor do resistor, R , até que a ddp entre os terminais seja aproximadamente igual a $(V_{Th} + V)/2$. Assim, $R = R_{Th}$.

Equivalente Norton

O teorema de Norton é usado para simplificar uma rede em termos de correntes em vez de tensões. O teorema, é um dual do teorema de Thévenin, proposto por Edward L. Norton em 1926. Esse teorema afirma que qualquer rede ligada aos terminais a e b, Fig. 3, pode ser substituída por uma única fonte de corrente I_N em paralelo com uma única resistência R_N ($R_{Th} = R_N$).

Caso faça-se um curto-circuito na entrada do bloco A, conforme visto na Fig. 3:

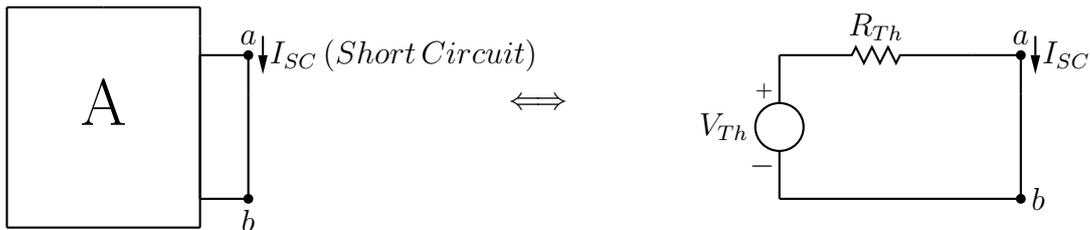


Figura 3: Corrente de curto-circuito.

obtém-se a corrente I_{SC} , a partir da lei de Ohm:

$$I_{SC} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}. \quad (4)$$

Considerando $I_{SC} = I_N$ (I_N é a corrente de Norton), obtém-se o Equivalente Norton, visto na Fig. 4,

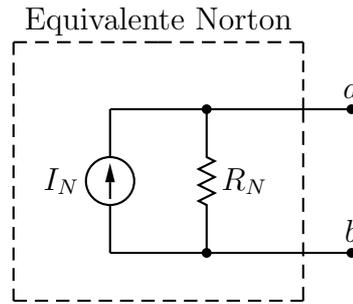


Figura 4: Equivalente Norton do circuito A.

onde:

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}. \quad (5)$$

Por fim, salienta-se que uma conexão entre dois circuitos diferentes, como visto na Fig. 2, ocorre com frequência em sistemas elétricos e eletrônicos. Portanto, métodos especiais de análise de circuitos, como os teoremas de Thévenin e Norton, devem ser utilizados para simplificar o estudo destes circuitos.

Modelo do Amplificador Operacional

O Amplificador Operacional é o componente básico de diversos tipos de equipamentos eletrônicos, tais como computadores e televisores. A Fig. 5 exibe o modelo do Amplificador Operacional, onde E_p e E_n representam, respectivamente, a entrada não-inversora e a entrada inversora.

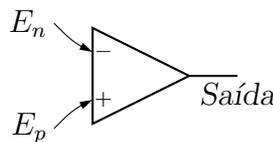


Figura 5: Modelo do Amplificador Operacional.

O modelo do Amplificador Operacional (AO) possui, necessariamente, uma fonte dependente que produz um ganho (em malha fechada) de tensão em sua saída, como visto na Fig. 6.

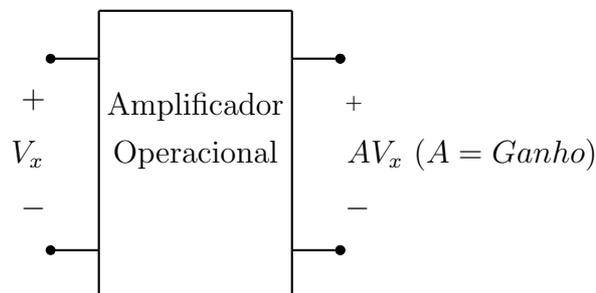


Figura 6: Modelo do AO com ganho de tensão.

Quando associado com resistores, é usado para desempenhar algumas funções muito importantes como adição, subtração, troca de sinal e multiplicação por um fator constante. Já quando associado com indutores e capacitores, pode ser usado em circuitos para realizar as operações de diferenciação e integração e em muitas outras aplicações.

A Fig. 7 exibe um exemplo de encapsulamento DIP de oito pinos de um AO.

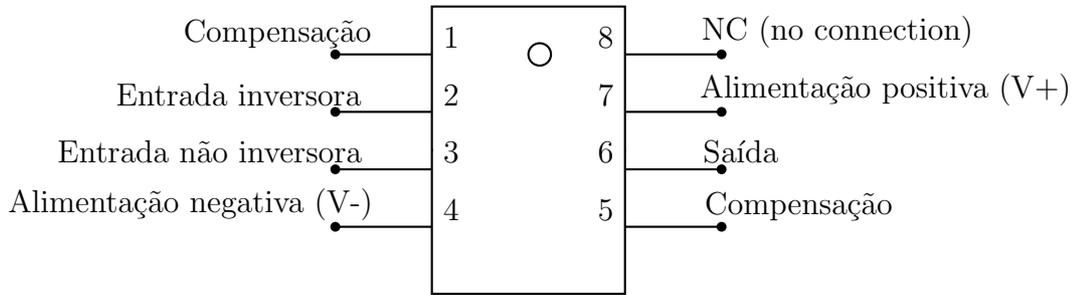


Figura 7: Exemplo de encapsulamento DIP de um AO.

Os pinos de compensação podem ser ligados a um circuito auxiliar destinado a compensar uma degradação do desempenho devido ao envelhecimento ou a imperfeições. Um possível esquema de ligações de um AO é visto na Fig. 8.

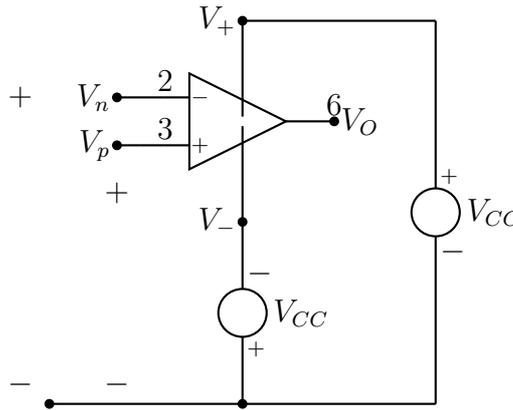


Figura 8: Esquema de ligações de um AO.

Para que o Amplificador Operacional se comporte como um elemento linear, é preciso que as tensões e correntes de entrada obedeçam à sua curva de transferência de tensão. A equação da curva de transferência de tensão é a seguinte:

$$V_O \begin{cases} -V_{CC} & : A(V_p - V_n) < -V_{CC} \\ A(V_p - V_n) & : -V_{CC} \leq A(V_p - V_n) \leq +V_{CC} \\ +V_{CC} & : A(V_p - V_n) > +V_{CC}. \end{cases} \quad (6)$$

De acordo com a equação acima, o AO possui três regiões de operação: uma região linear e duas regiões de saturação (não lineares), uma positiva e outra negativa. A Fig. 9 exhibe a curva de transferência de tensão com as duas regiões de saturação do Amplificador Operacional.

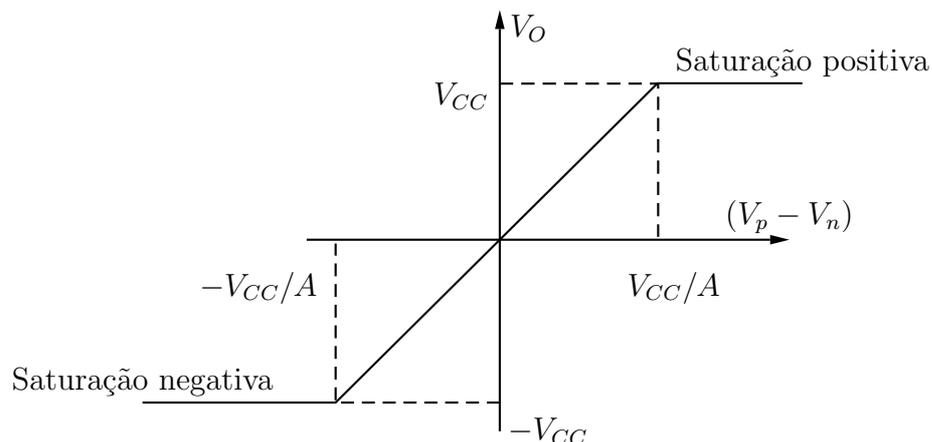


Figura 9: Curva de saturação do Amplificador Operacional.

Conforme se realimenta e associa os resistores às entradas não-inversora e inversora, pode-se obter distintas configurações: inversora, não-inversora, somadora, entre outras. Será abordado, a título de caráter ilustrativo, somente a configuração inversora. Um estudo mais aprofundado sobre o AO será realizado nas disciplinas de Eletrônica.

Amplificador como Inversor

A característica chave deste circuito é que os sinais de entrada e realimentação são aplicados na entrada inversora, como visto na Fig. 10.

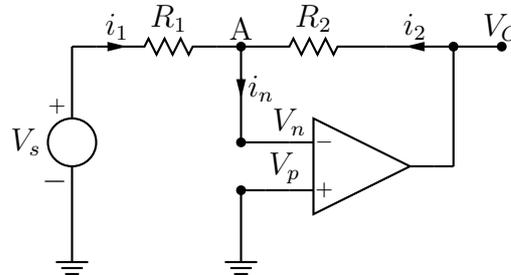


Figura 10: Circuito Inversor.

Visto que a entrada não-inversora está aterrada, nós temos $V_p = 0$. O somatório das correntes entrando no nó A pode ser escrito como:

$$\frac{V_s - V_n}{R_1} + \frac{V_0 - V_n}{R_2} - i_n = 0. \quad (7)$$

Contudo, $V_n = V_p = 0$ e, ainda, $i_n = i_p = 0$. Assim, rescrevendo a Eq. (7) e rearranjando os termos, obtemos a relação entrada/saída (ganho) deste circuito:

$$V_O = -\frac{R_2}{R_1} V_s. \quad (8)$$

O sinal negativo, visto na Eq. (8), indica uma inversão de sinal de entrada. Observa-se que a Eq. (8) é uma equação de reta, como visto na Aula 1, com $b=0$ e $a = -R_2/R_1$. Ou seja, a região linear do Amplificador Operacional pode ser expressa por uma equação de reta, como realizado no laboratório anterior:

- Plotar $S2(E2) \Leftrightarrow V_O(V_p - 15)$ (sempre dentro da região linear);
- Plotar $S2(E3) \Leftrightarrow V_O(0 - V_n)$ (atingirá a região de saturação).

Modelo do Transistor

Um dos objetivos deste laboratório é mostrar que alguns componentes de circuitos lineares, incluindo fontes dependentes, podem representar a maior parte da característica não linear de um Transistor.

O Transistor é um dispositivo semiconductor com três ou mais eletrodos, com duas junções que utiliza cristais do tipo P e N. A principal característica desse dispositivo é a sua capacidade de manipular correntes.

Há dois tipos de Transistores de Junção Bipolar (TJB): PNP (Transistor de junção com os eletrodos emissor e coletor do tipo P e o eletrodo de base do tipo N) e NPN (Transistor de junção com os eletrodos, emissor e coletor do tipo N e o eletrodo de base do tipo P). Veremos apenas o Transistor do tipo NPN.

A Fig. 11, exibe o modelo simplificado deste tipo de Transistor. O dispositivo possui três terminais chamados de emissor (E), base (B), e coletor (C). As tensões V_{CE} e V_{BE} são conhecidas como tensão coletor-emissor e tensão base-emissor.

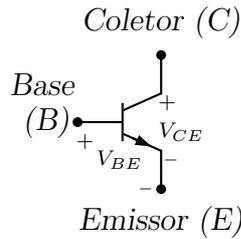


Figura 11: Símbolo do Transistor.

O modelo para grandes sinais (NPN) do Transistor é visto na Fig. 12. As correntes i_B e i_C são, respectivamente, as correntes de base e coletor e, i_E , a corrente do emissor é: $i_E = i_B + i_C$.

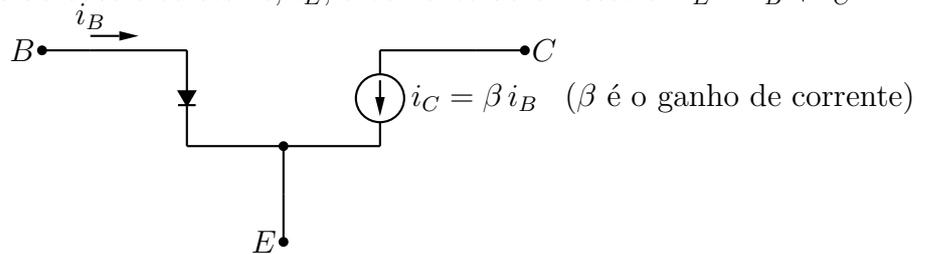


Figura 12: Modelo para grandes sinais.

Dependendo dos valores de corrente e tensão aplicados aos terminais do Transistor, este pode apresentar um comportamento distinto, resultando em três regiões de operação: cortado, ativo e saturado, como visto na Fig. 13, onde V_S é uma fonte de tensão ligada, em série com um resistor, na base do Transistor, e V_{CC} é uma de tensão de alimentação ligada, em série com um resistor, no coletor.

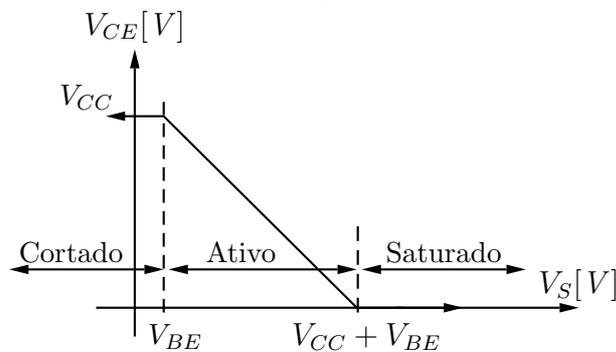


Figura 13: Curva de Transferência $V_{CE}(V_S)$ do Transistor.

A Reta de carga DC, vista na Fig. 14, representa o comportamento do circuito visto por dois terminais específicos do Transistor, C e E, sob o ponto de vista de polarização DC e sinal AC.

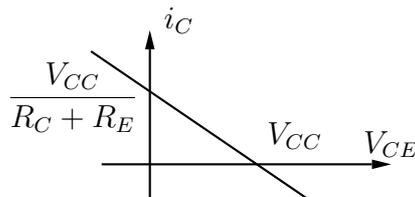


Figura 14: Reta de carga DC.

Onde: R_C e R_E são, respectivamente, os valores dos resistores ligados diretamente ao terminal coletor e emissor. Na aula passada, plotar $S_1(E_1) \iff i_C(V_{CE})$, já que: $i_C \propto E_1$.