Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Departamento de Engenharia Elétrica

Classificação de Sinais

- Introdução
- Sinais de tempo contínuo e tempo discreto
- Sinais pares e ímpares
- Sinais periódicos e sinais não-periódicos
- Sinais determinísticos e sinais aleatórios
- Sinais de energia e sinais de potência

Introdução

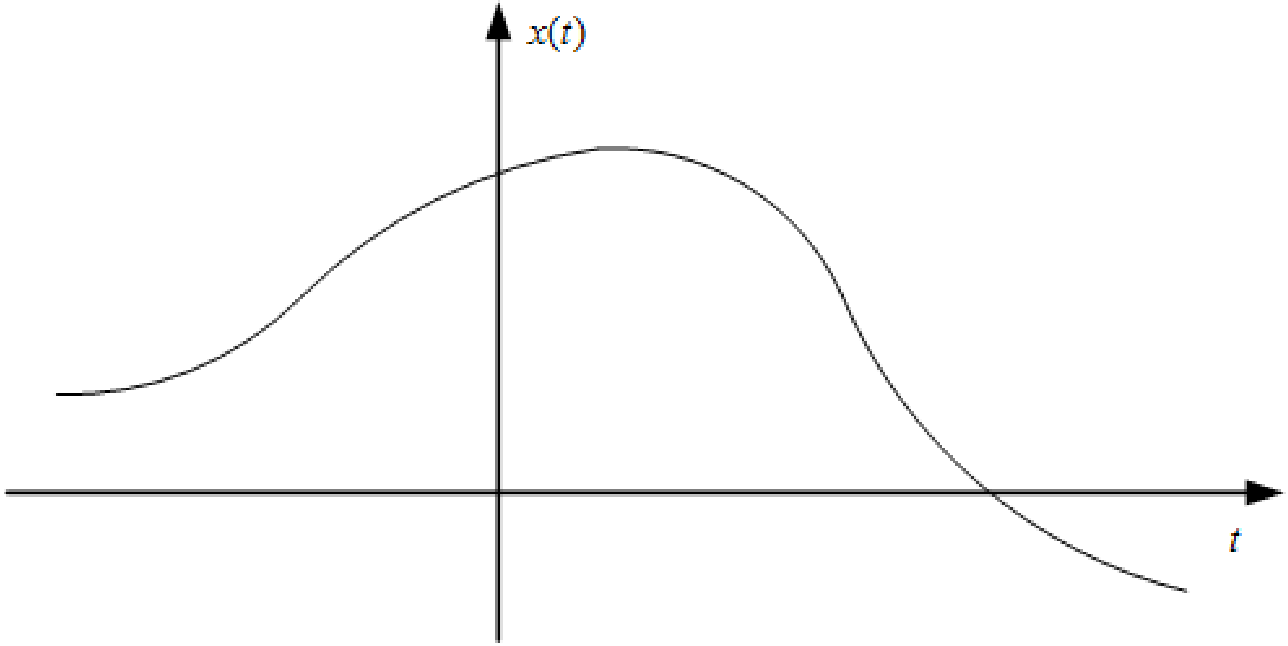
Sinais unidimensionais: definidos como funções de valor único.

Valor único

1. *Número real: sinal de valor real*
2. *Número complexo: sinal de valor complexo*

Sinais de Tempo Contínuo e Tempo Discreto

x(t) é dito ser de *tempo contínuo* se definido para todo *t.*

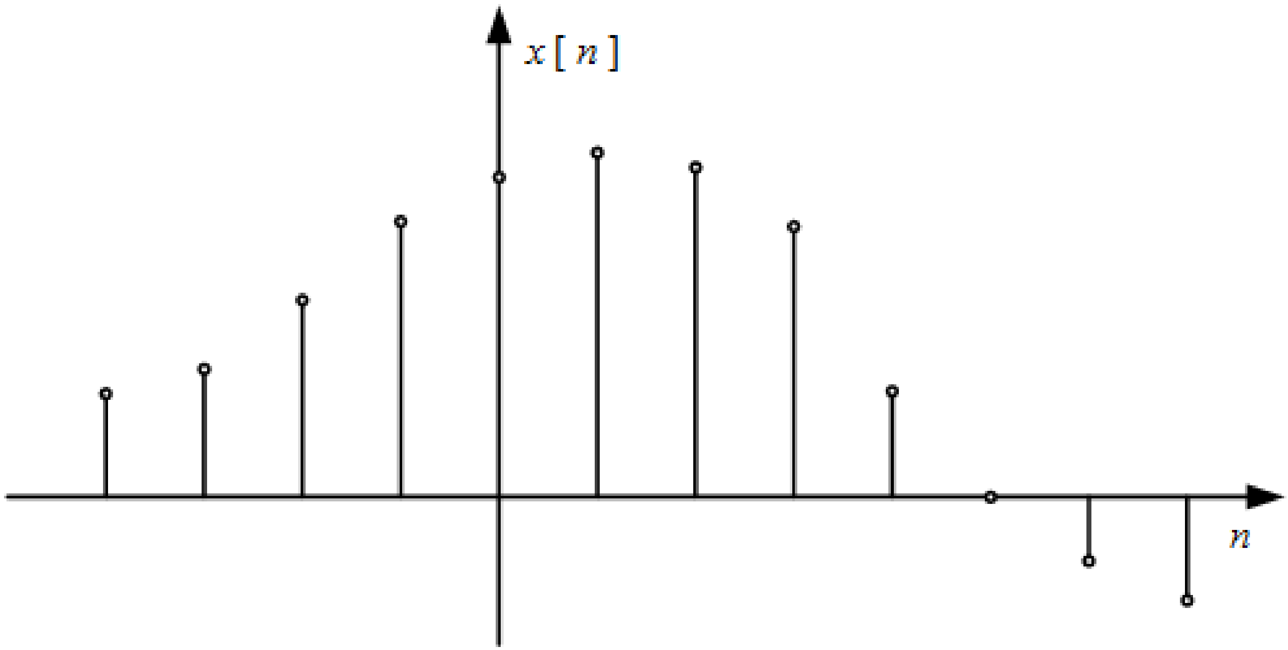


Sinais de Tempo Contínuo e Tempo Discreto

Um sinal de tempo discreto *é frequentemente derivado de um sinal de tempo contínuo, amostrando-se a uma taxa uniforme. Definindo T como período de amostragem e n como sendo um número inteiro tem-se para* $t=nT$, $x(t)=x(nT)$.

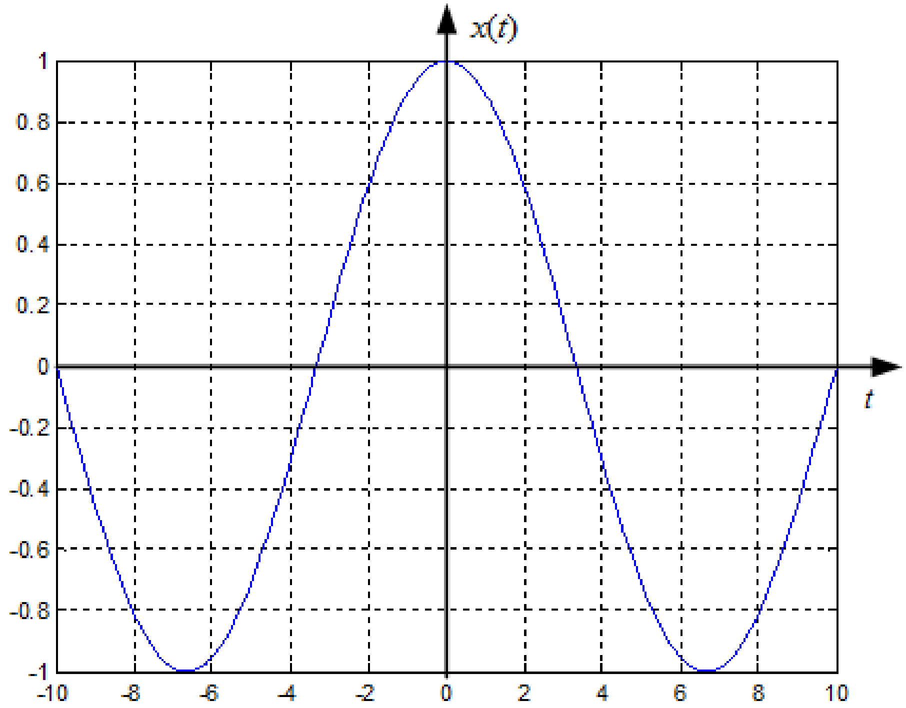
Por conveniência será utilizado $x[n]=x(nT)$ *para todo* $n \in Z$.

Sinais de Tempo Contínuo e Tempo Discreto



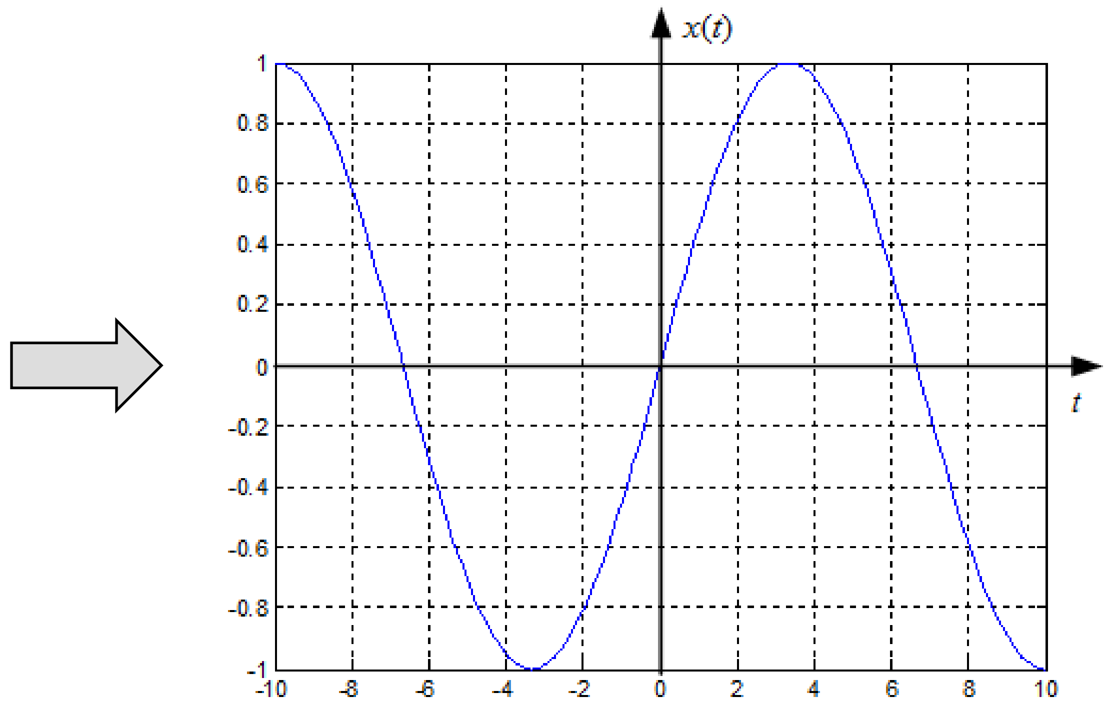
Sinais Pares e Ímpares

Um sinal x(t) será dito par se x(-t)=x(t) (simétrico em relação ao eixo das ordenadas)



Sinais Pares e Ímpares

Um sinal x(t) será dito ímpar se x(-t)=-x(t) (antissimétrico em relação ao eixo das ordenadas)



Sinais Pares e Ímpares

Exemplo 1.1: Desenvolva a decomposição par/ímpar de um sinal genérico *x(t)* aplicando as definições anteriores:

$$x(t) = x_p(t) + x_i(t)$$

$$x(-t) = x_p(-t) + x_i(-t)$$

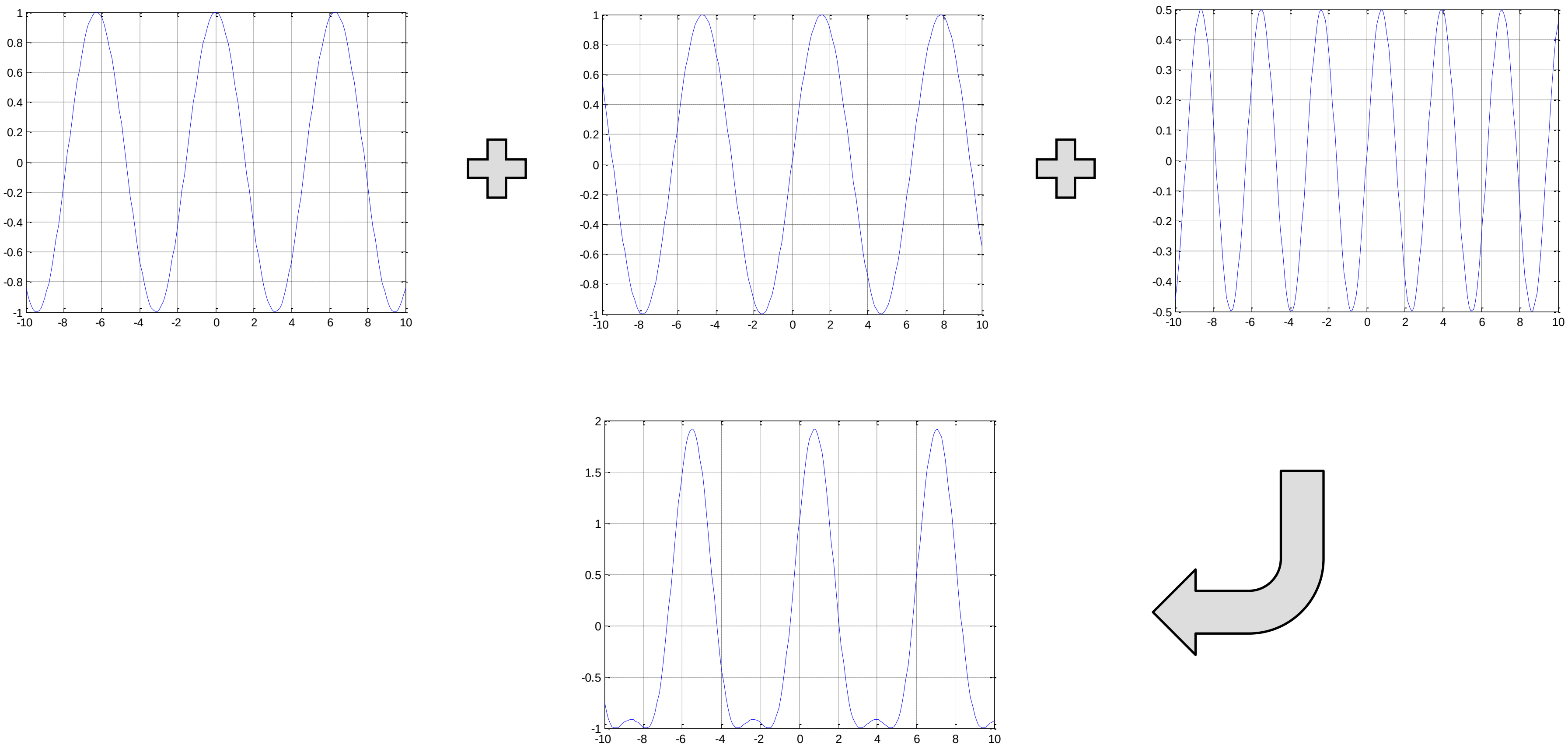
Sinais Pares e Ímpares

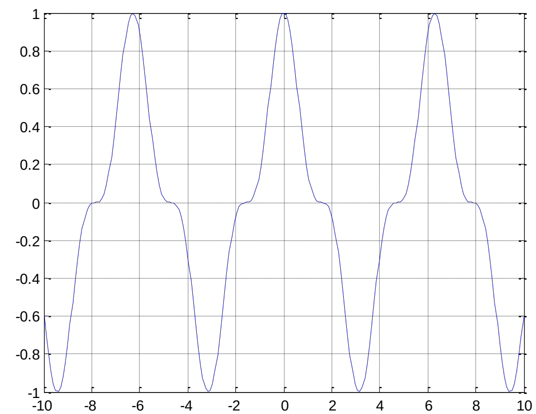
Problemas do Livro (Haykin pág. 78):

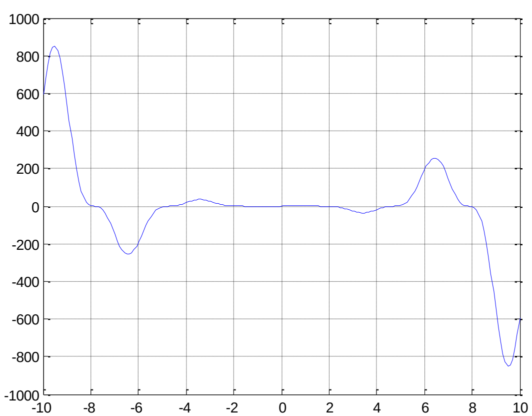
1.1 Encontre as componentes par e ímpar de cada um dos seguintes sinais:

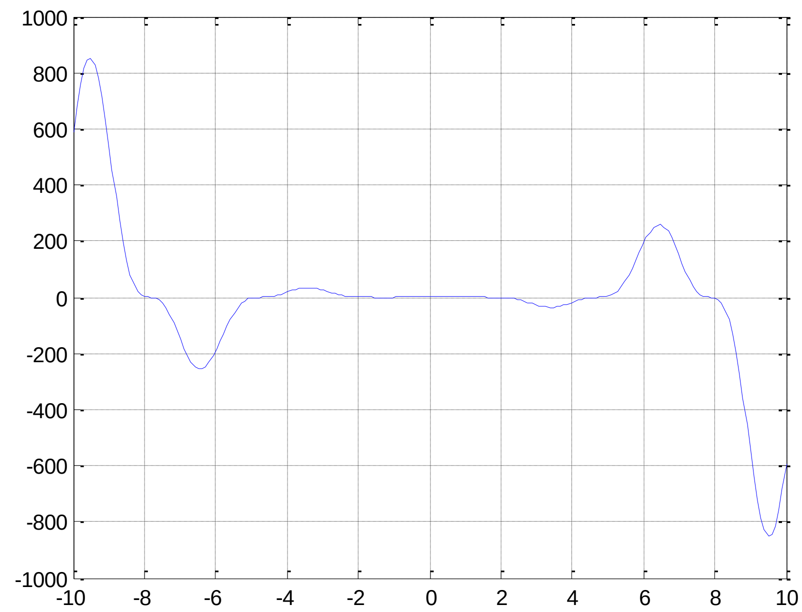
$$x(t) = \cos(t) + sen(t) + sen(t)\cos(t)$$

$$x(t) = (1 + t^3)\cos^3(10t)$$


1 0.8 0.6 0.4 0.2 0 -0.2 -0.4 -0.6 -0.8 -1
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10
1 0.8 0.6 0.4 0.2 0 -0.2 -0.4 -0.6 -0.8 -1
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10
0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.3 -0.4 -0.5
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10
2 1.5 1 0.5 0 -0.5 -1
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10


1000
800
600
400
200
0
-200
-400
-600
-800
-1000
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10


1000
800
600
400
200
0
-200
-400
-600
-800
-1000
-10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10

Sinais Pares e Ímpares

Para sinais de valores complexos utiliza-se a definição de simetria conjugada, ou seja:

$$x(-t) = x^{*}(t)$$

Se $x(t) = a + jb$ apresentar simetria conjugada,

então $x(-t) = a - jb$

Sinais Pares e Ímpares

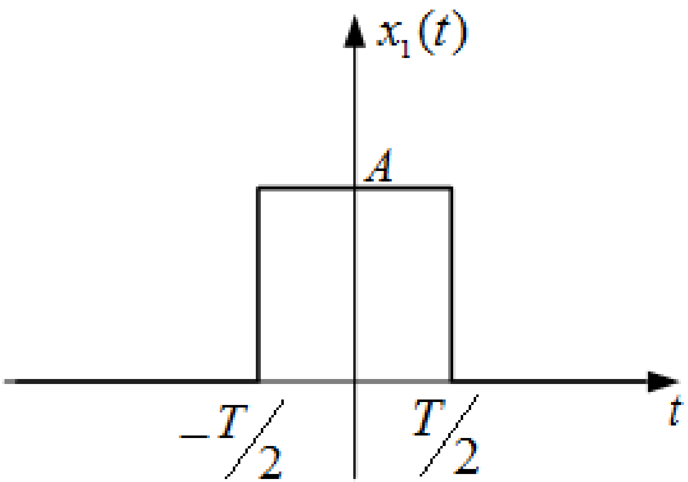
Sendo $x(t) = a + jb$ e $x^{*}(t) = a - jb$ então

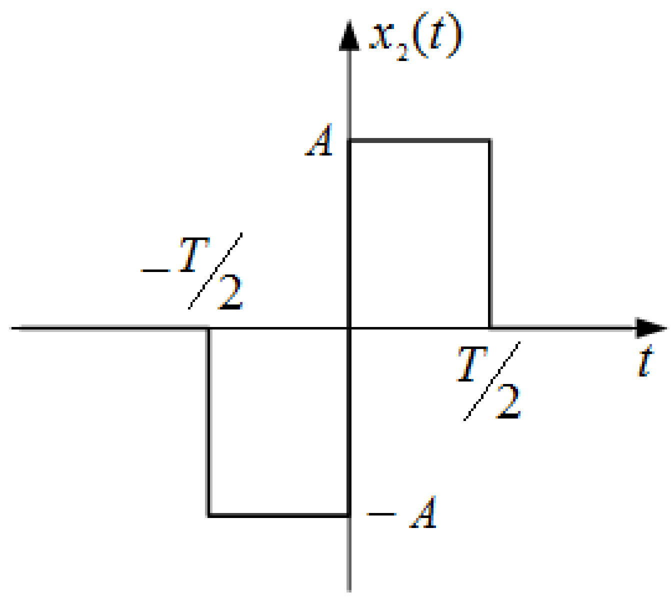
$\mathrm{Re}(x(t))$ apresenta simetria par

$\mathrm{Im}(x(t))$ apresenta simetria ímpar

Sinais Pares e Ímpares

Sendo $x_1(t)$ a parte real de um sinal e $x_2(t)$ a parte imaginária do mesmo sinal, avaliar se é um sinal conjugado simétrico.





Sinais Periódicos e Não-Periódicos

Um sinal *x(t)* é dito periódico se satisfizer a condição:

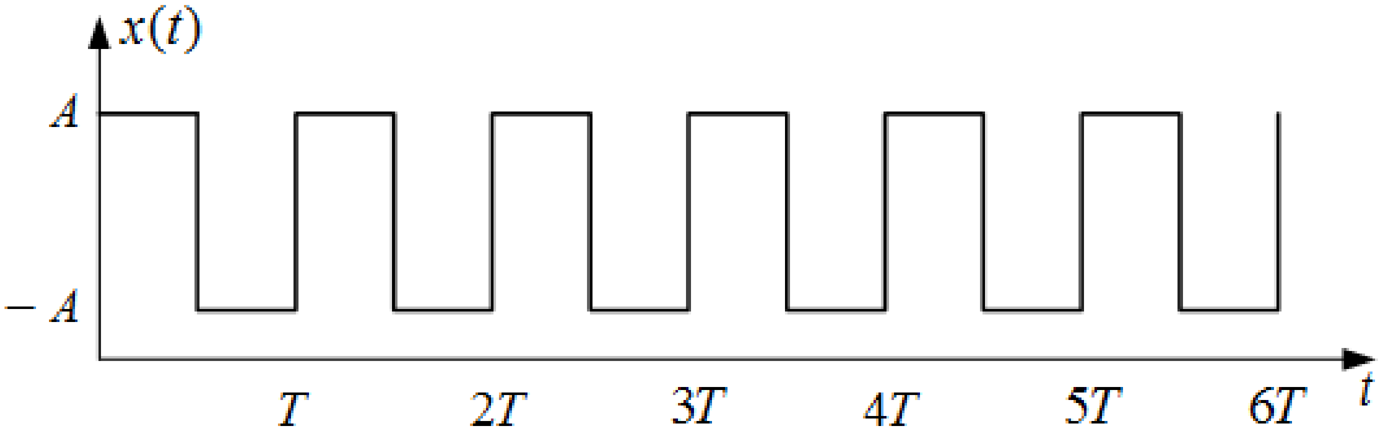
$$x(t) = x(t+T)\ \forall\ t \in \Re,\ T \in \Re^{+}$$

T:= Período fundamental do sinal (s)

f:= Frequência fundamental do sinal (Hz) $f = \frac{1}{T}$

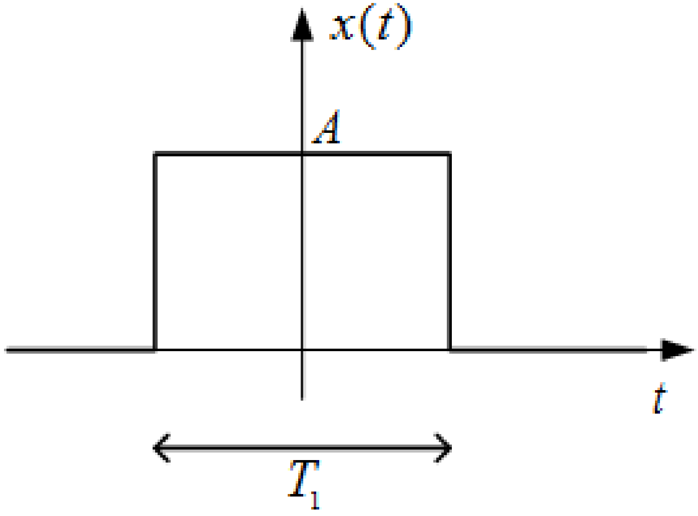
ω:= Frequência angular fundamental do sinal (rad/s) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Sinais Periódicos e Não-Periódicos



$$x(t) = x(t+T)\ \forall\ t \in \Re,\ T \in \Re^{+}$$

Sinais Periódicos e Não-Periódicos



$$x(t) = x(t+T)\ \forall\ t \in \Re,\ T \in \Re^{+}$$

Sinais Periódicos e Não-Periódicos

Para sinais de tempo discreto, *x[n]* é dito periódico se satisfizer a condição:

$$x[n] = x[n+N] \ \forall \ n \in Z, N \in Z^{+}$$

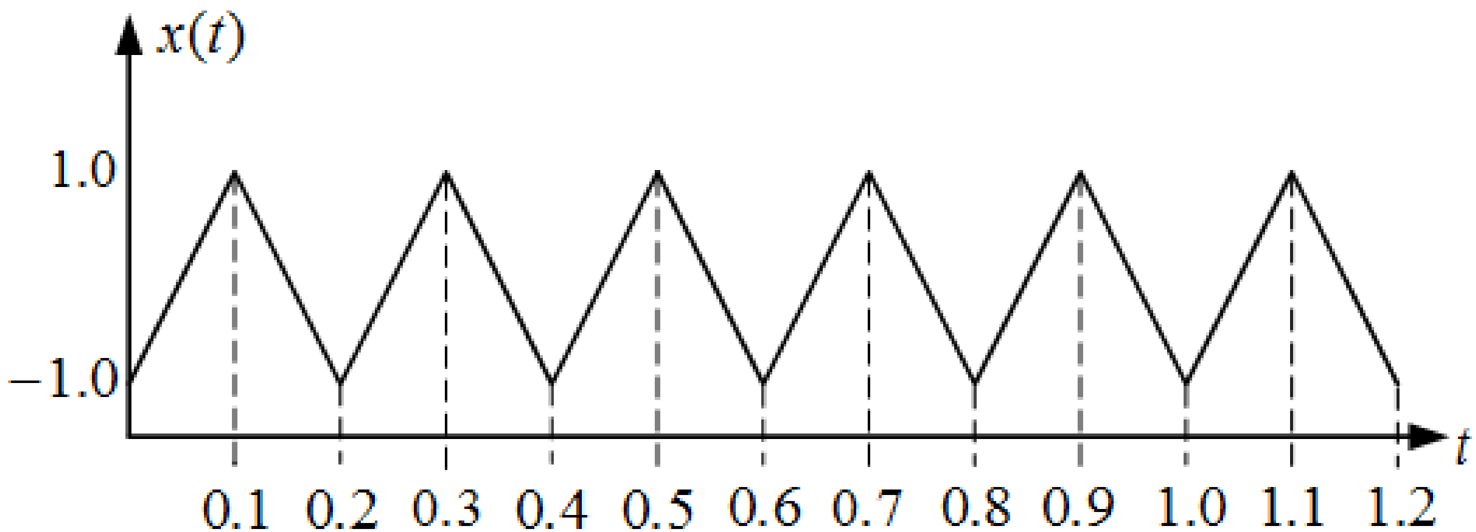
N:= Período fundamental do sinal

Ω:= Frequência angular fundamental do sinal

$$\Omega = \frac{2\pi}{N}$$

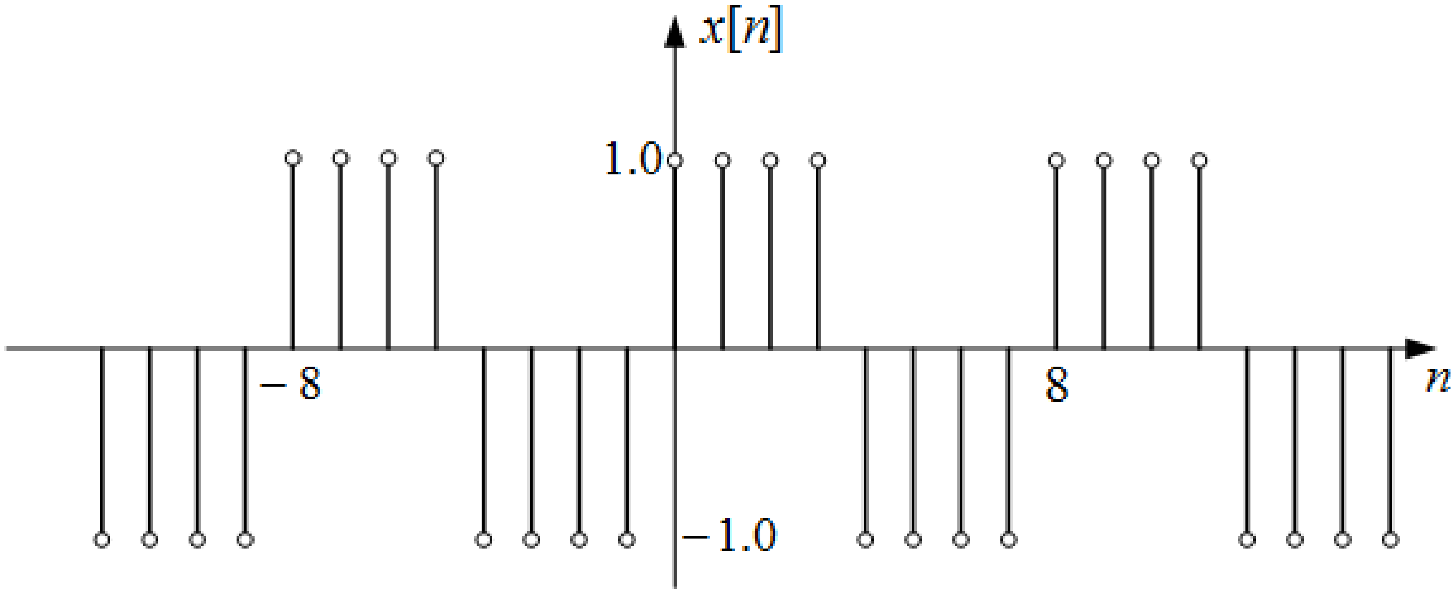
Sinais Periódicos e Não-Periódicos

Exemplo: Avaliar se é um sinal de tempo contínuo ou de tempo discreto e determinar o período e a frequência fundamental.



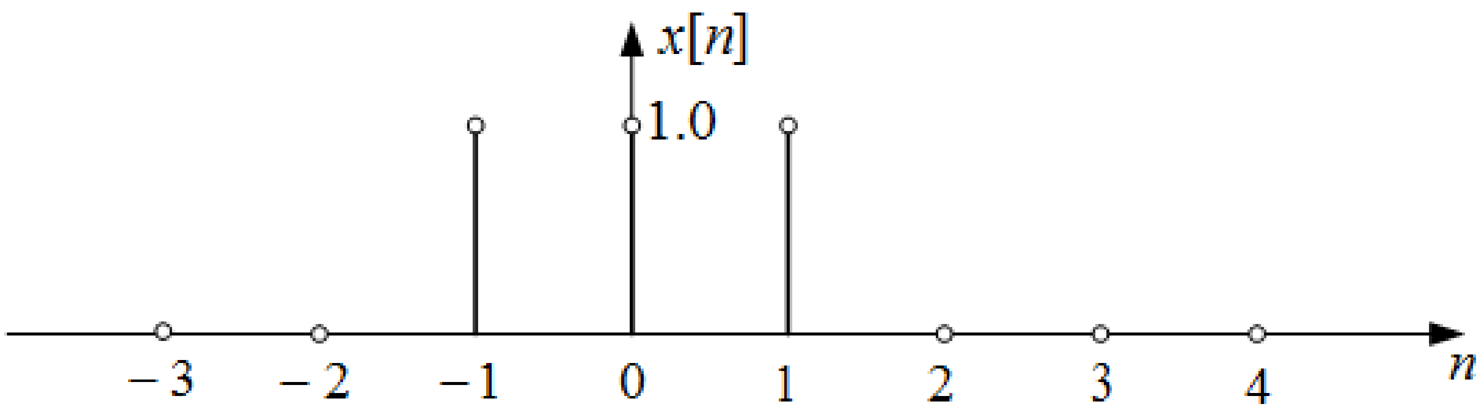
Sinais Periódicos e Não-Periódicos

Exemplo: Avaliar se é um sinal de tempo contínuo ou de tempo discreto e determinar o período e a frequência fundamental.



Sinais Periódicos e Não-Periódicos

Exemplo: Avaliar se é um sinal de tempo contínuo ou de tempo discreto e determinar o período e a frequência fundamental.

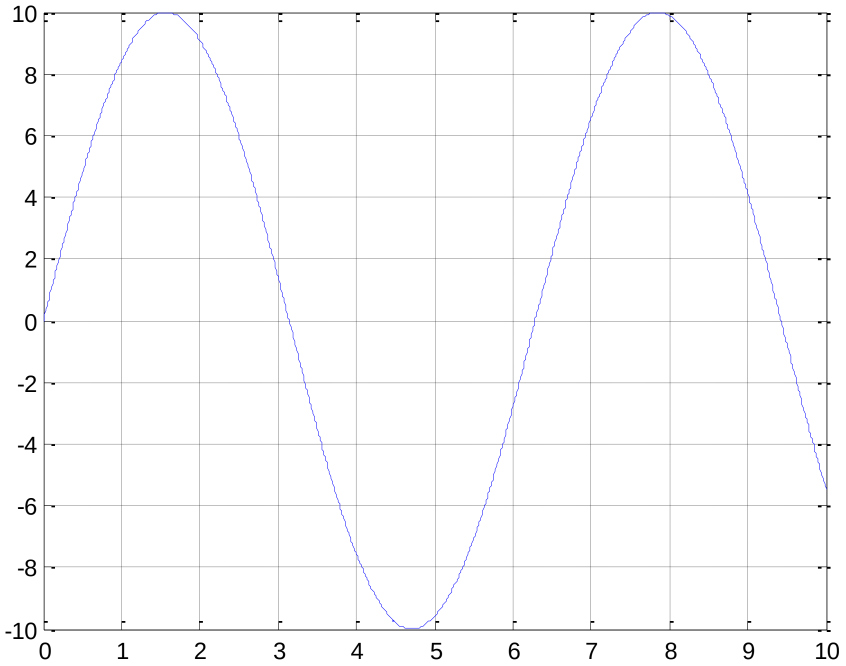


Sinais Determinísticos e Sinais Aleatórios

"Um sinal determinístico é um sinal sobre o qual não existe nenhuma incerteza com respeito ao seu valor em qualquer instante de tempo."

Exemplo: $x(t) = 10\, sen(t)$

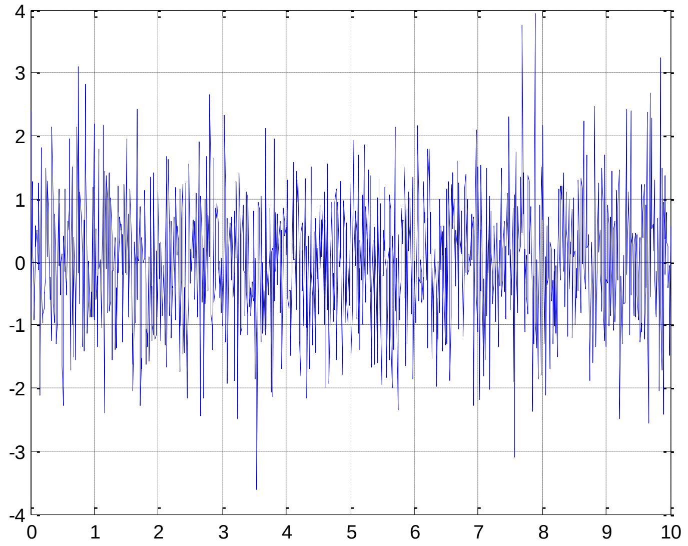
Sinal Determinístico



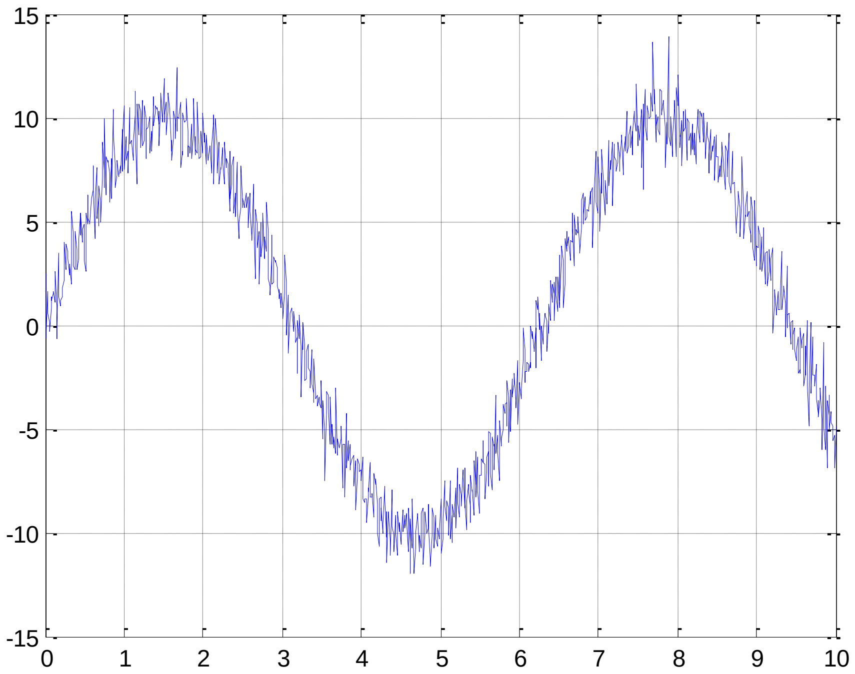
Sinal Aleatório

"Um sinal aleatório é um sinal sobre o qual há incertezas associadas ao seu valor em qualquer instante de tempo."

Exemplo: Ruído branco



Sinal Corrompido por Ruído



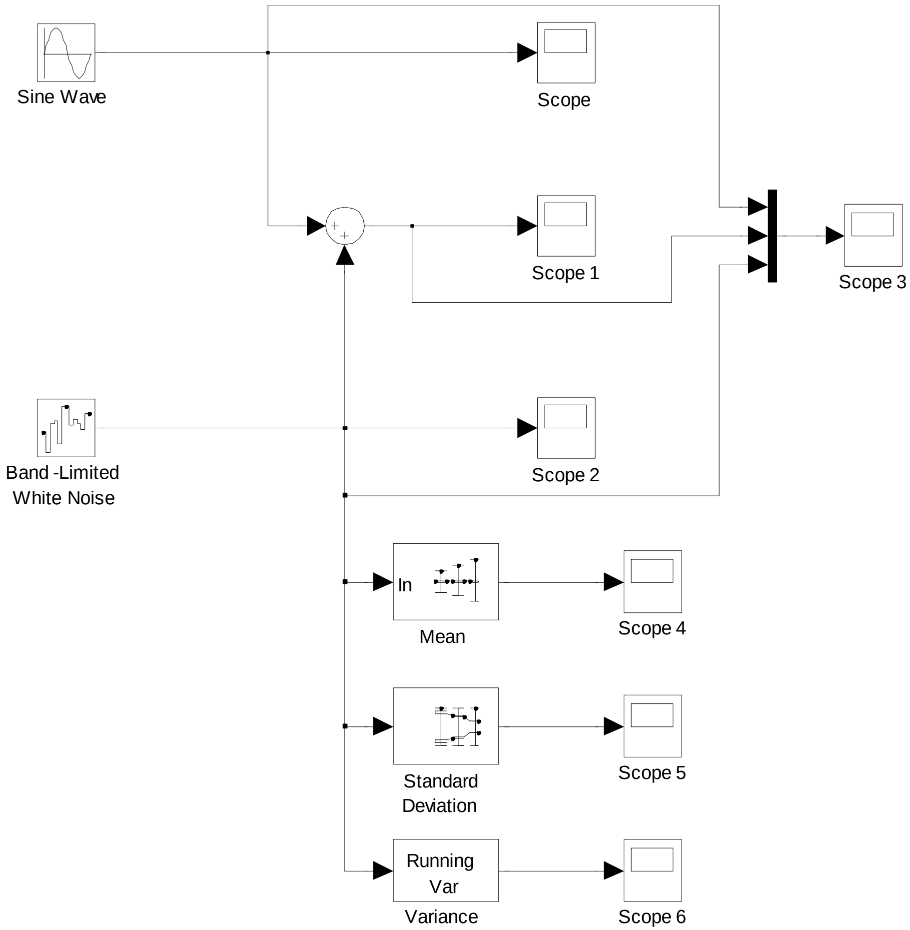
Sinal determinístico:

$$x(t) = 10\, sen(t)$$

Sinal aleatório:

- Média;
- Variância;
- Desvio padrão.

Arquivo determ_aleat.mdl



Sinais de Energia e Sinais de Potência

Em sistemas elétricos um sinal normalmente é representado pela tensão ou corrente elétrica. Considera-se então a potência instantânea dissipada em um resistor:

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad ou \quad p(t) = Ri^2(t)$$

Sinais de Energia e Sinais de Potência

Em ambos os casos a potência é proporcional à amplitude do sinal elevado ao quadrado. Sendo assim, generaliza-se a potência instantânea de um sinal *x(t)* como

$$p(t) = x^2(t)$$

Sinais de Energia e Sinais de Potência

Energia total de um sinal contínuo:

$$E = \lim_{\tau \to \infty} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x^2(t)\,dt$$

Energia total de um sinal discreto:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n]$$

Sinais de Energia e Sinais de Potência

Potência média de um sinal contínuo:

$$P = \lim_{\tau \to \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x^2(t)\,dt$$

Potência média de um sinal contínuo periódico:

$$P = \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x^2(t)\,dt$$

Sinais de Energia e Sinais de Potência

Potência média de um sinal discreto:

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} x^2[n]$$

Potência média de um sinal discreto periódico:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2[n]$$

Sinais de Energia e Sinais de Potência

Um sinal é caracterizado como sinal de energia se satisfizer a condição

$$0 < E < \infty$$

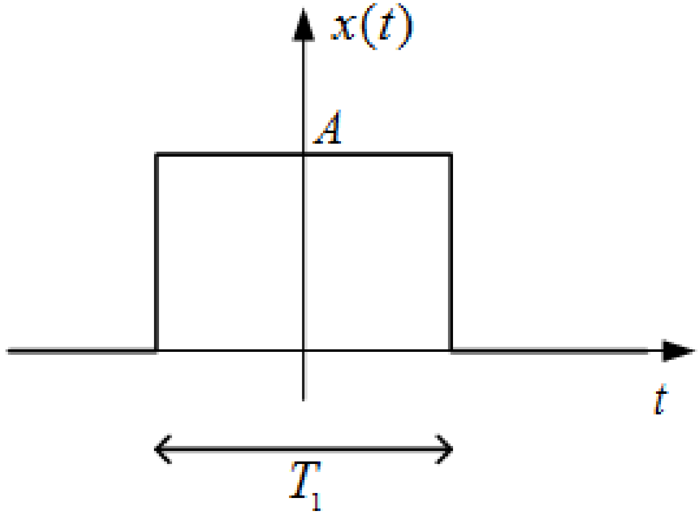
Um sinal é caracterizado como sinal de potência se satisfizer a condição

$$0 < P < \infty$$

Condições mutuamente excludentes.

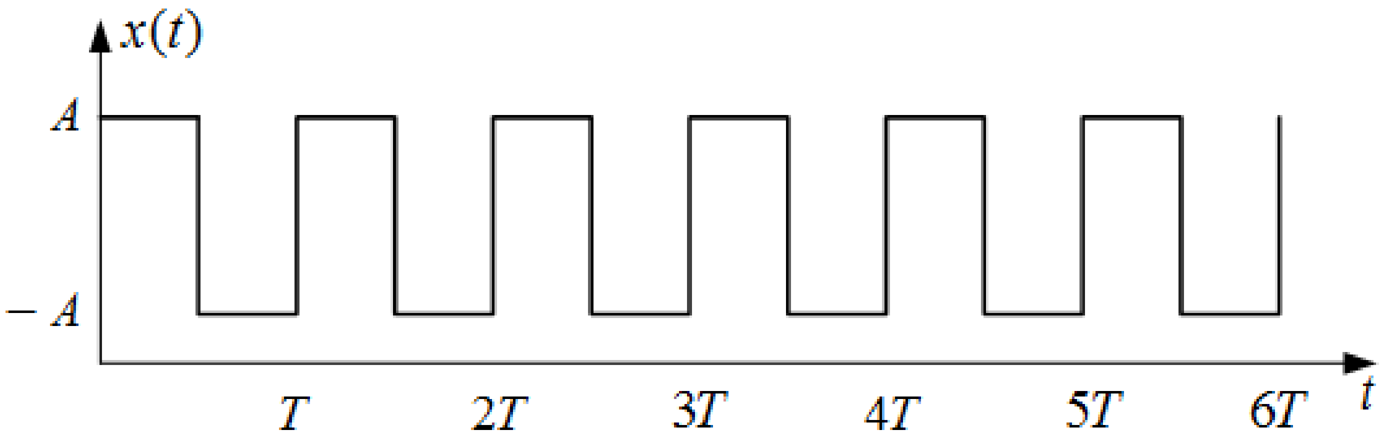
Exercício 1.5

(a) Qual a energia total do pulso retangular abaixo:



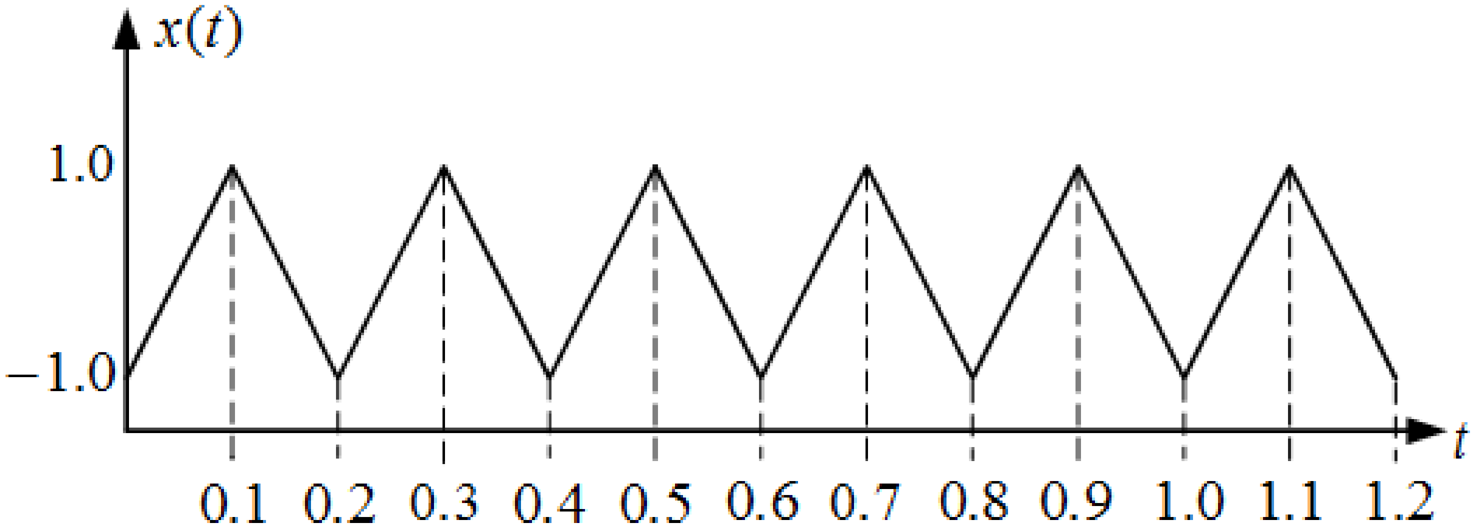
Exercício 1.5

(b) Qual a potência média da onda quadrada abaixo:



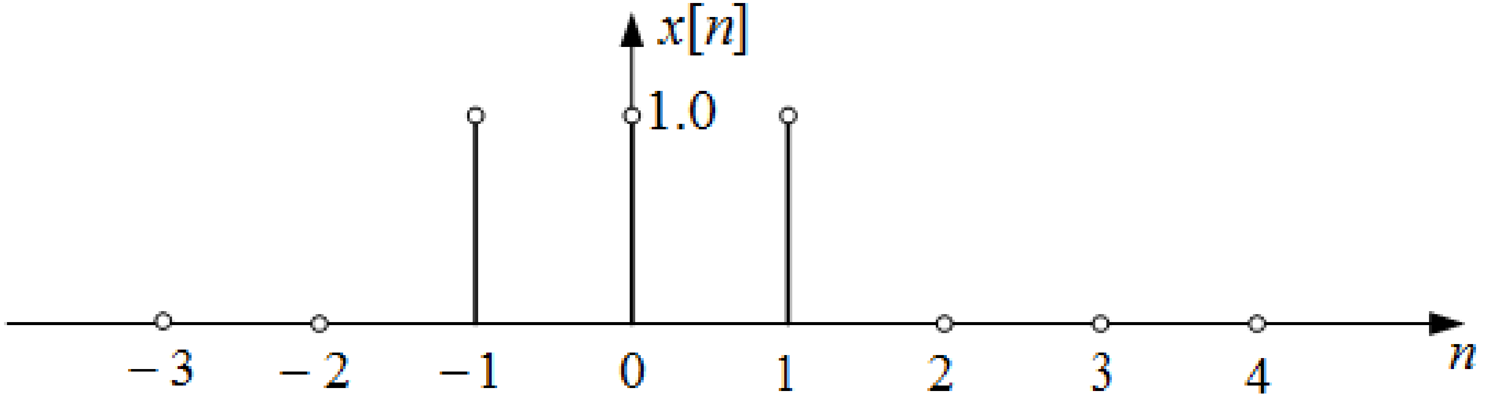
Exercício 1.6

(b) Qual a potência média da onda triangular abaixo:



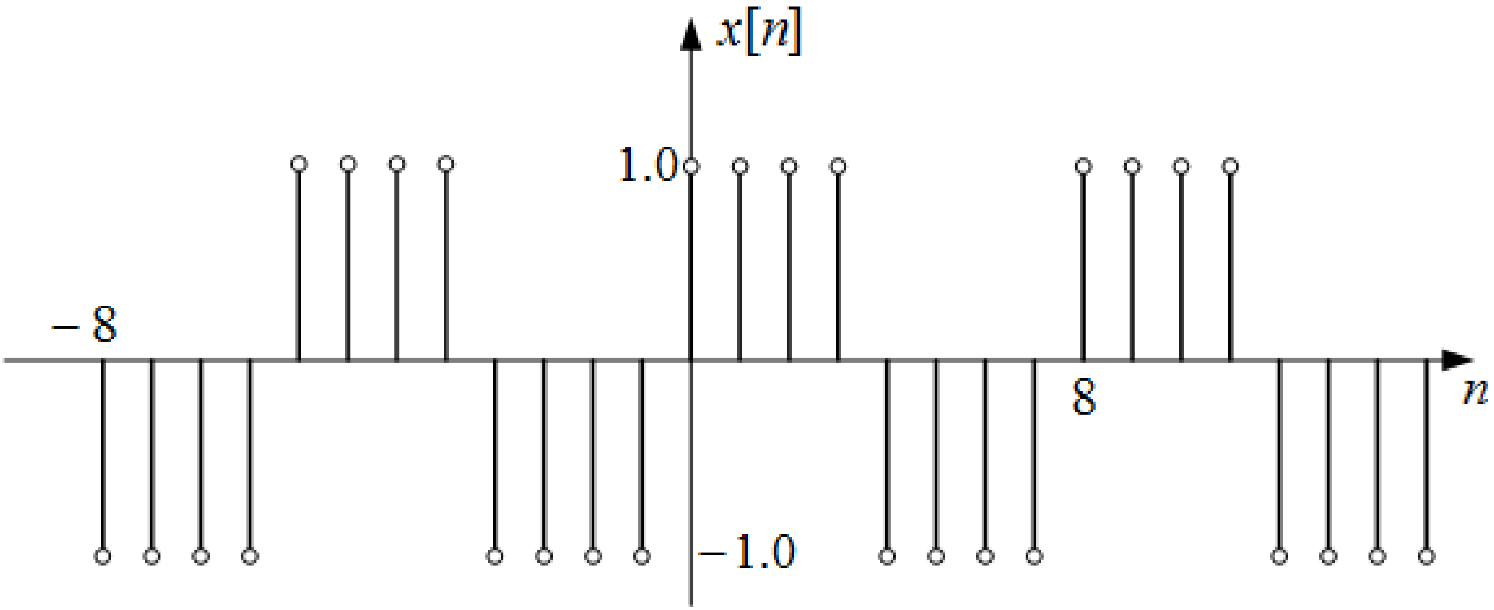
Exercício 1.7

(b) Qual é a energia total do sinal de tempo discreto abaixo:



Exercício 1.8

(b) Qual é a potência média do sinal periódico de tempo discreto abaixo:

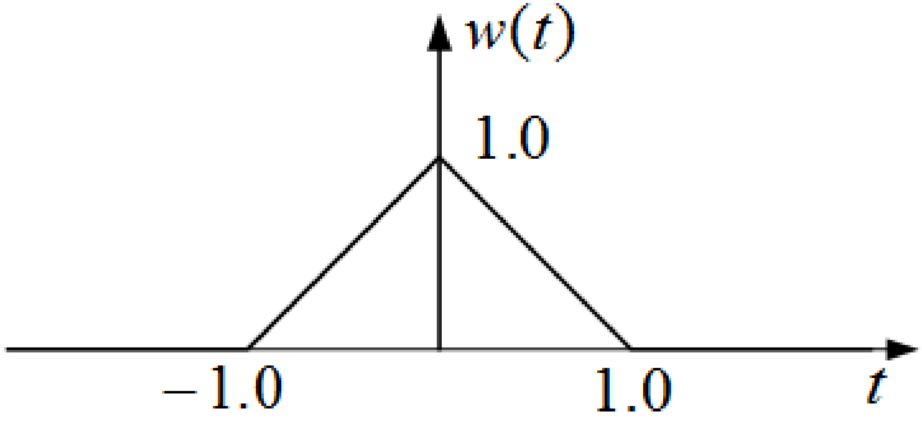


Problemas – Capítulo 1 pág. 78

1.2 – Determine se os sinais são periódicos. Se forem periódicos, determinar o período fundamental.

(a) $x(t) = (\cos(2\pi\, t))^2$

(b) $x(t) = \sum_{k=-5}^{5} w(t-2k)$



Problemas – Capítulo 1 pág. 78 (Haykin)

1.2 – Determine se os sinais são periódicos. Se forem periódicos, determinar o período fundamental.

(d) $x[n] = (-1)^n$

(h) $x[n] = \cos(2n)$