



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Existem dois casos especiais que podem ocorrer quando se utiliza o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz. O primeiro deles está relacionado a existência de um termo nulo na primeira coluna da tabela de Routh. O segundo caso ocorre quando a linha inteira da tabela de Routh é constituída de zeros.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

No primeiro caso, uma das soluções usuais é a substituição do elemento da primeira coluna cujo valor é zero, por um valor infinitesimal ε que pode ser considerado negativo ou positivo. O procedimento para formação da tabela de Routh permanece inalterado, levando em conta a existência do ε para a formação das linhas restantes.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Exemplo: Utilizando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, analisar a estabilidade do sistema de controle de malha-fechada caracterizado pela seguinte função de transferência

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$$



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Alternativamente, pode-se rescrever o polinômio característico por um polinômio que apresente raízes recíprocas, que conservarão as regiões das raízes do polinômio original e possivelmente, a tabela de Routh associada ao polinômio recíproco não apresentará nenhum zero em sua primeira coluna.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Considere então um sistema linear e invariante no tempo cujos pólos são raízes da seguinte equação:

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$$

Se na equação anterior a variável s for substituída por uma variável auxiliar $1/d$, então o novo polinômio terá raízes recíprocas ao polinômio original, i.e.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

$$\left(\frac{1}{d}\right)^n + a_{n-1}\left(\frac{1}{d}\right)^{n-1} + \dots + a_1\left(\frac{1}{d}\right) + a_0 = 0$$

Que pode ser rescrito na forma

$$1 + a_{n-1}d + \dots + a_1d^{n-1} + a_0d^n = 0$$

Comparando o polinômio original com o polinômio anterior conclui-se que é bastante simples a obtenção do polinômio recíproco, bastando rescrever os coeficientes do polinômio original na ordem inversa.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Exemplo: Utilizando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, analisar a estabilidade do sistema de controle de malha-fechada caracterizado pela seguinte função de transferência

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$$



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

O segundo caso especial, relacionado a uma linha inteira de zeros na formação da tabela de Routh, tem um tratamento diferente daquele apresentado anteriormente, em que apenas um dos elementos da primeira coluna da tabela de Routh apresentava valor nulo.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

O procedimento adotado para este caso resume-se a substituir a linha composta por todos os elementos zero, pela derivada com relação a s do polinômio formado pelos coeficientes apresentados na linha anterior.



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

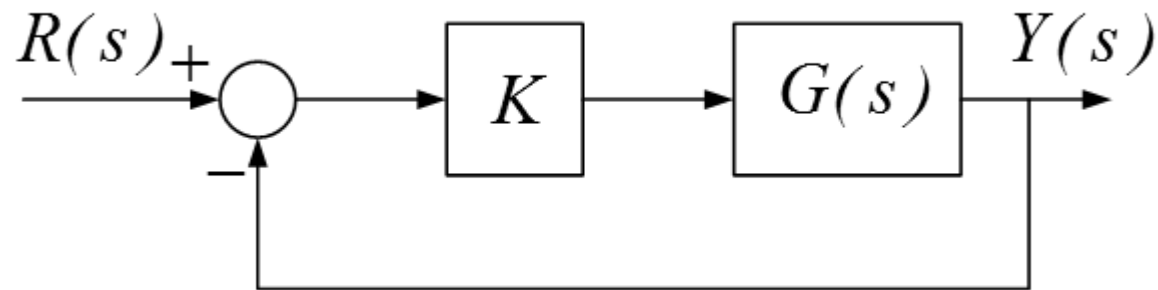
Exemplo: Utilizando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, analisar a estabilidade do sistema de controle de malha-fechada caracterizado pela seguinte função de transferência

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + 7s^4 + 6s^3 + 42s^2 + 8s + 56}$$



Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Exercícios: Para o sistema de controle de malha-fechada apresentado a seguir, determinar o intervalo de valores K em que o sistema é estável.





Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Admitindo as seguintes $G(s)$:

$$G(s) = \frac{8}{(s + 2)(s + 4)}$$

$$G(s) = \frac{32}{s(s + 1)(s + 16)}$$

$$G(s) = \frac{(s + 2)}{(s - 0.5)(s + 1)(s + 16)}$$