

Sistemas e Sinais

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Departamento de Engenharia Elétrica



# Margens de Estabilidade

- **Introdução**
- **Margens de Fase e de Ganho**
- **Exemplos**
- **Problemas Propostos**



## Margens de Estabilidade

Definições: Diz-se que um sistema *LTI* é absolutamente estável se todas as raízes da equação característica deste sistema (pólos do sistema) possuírem parte real negativa.



## Margens de Estabilidade

A estabilidade relativa do sistema está associada as margens de variações possíveis nos coeficientes da equação característica que ainda mantém o sistema estável.



## Margens de Estabilidade

Conclusões sobre a estabilidade absoluta e relativa de um sistema *LTI* podem ser obtidas diretamente da resposta em frequência do sistema através dos

Diagrama de Bode

Diagrama Polar



## Margens de Estabilidade

A resposta em frequência de um sistema pode ser obtida experimentalmente, não necessitando do modelo matemático nem do conhecimento da função de transferência do sistema.



## Margens de Estabilidade

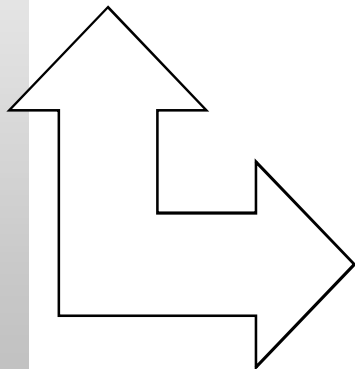
A interpretação da resposta em frequência da função de transferência de malha aberta (de laço) do sistema traz informações fundamentais para:

- Análise de um sistema realimentado.
- Projeto de um sistema realimentado.



## O critério de estabilidade de Nyquist

Relaciona a estabilidade  
de um sistema de controle  
realimentado em malha fechada



através da resposta em frequência  
do mesmo sistema operando  
em malha aberta (do laço).



## O critério de estabilidade de Nyquist

*pode ser utilizado para avaliar  
estabilidade relativa do sistema*

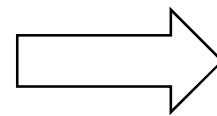
ou seja, o “quão próximo” a curva de resposta em frequência da função de transferência de malha aberta (de laço) do sistema encontra-se do ponto  $-1.0+j0.0$ .



■ Diagrama Polar

Observa-se a proximidade da curva de resposta em frequência do sistema operando em malha aberta com o ponto  $-1.0 + j0.0$  no plano  $G(j\omega)H(j\omega)$ .

■ Diagrama de Bode



Módulo  $1.0$  ( $0$  dB)  
Fase  $180^\circ$ .



- A proximidade da curva de resposta em frequência do sistema operando em malha aberta ao ponto em questão será avaliada
  - em módulo
  - em fase
- através de duas medidas definidas como
  - margem de ganho
  - margem de fase



## Margem de Ganho - $G_M$

- É a faixa de ganho que se pode incrementar ou decrementar a curva de resposta em frequência de módulo da função de transferência de malha aberta (de laço) de um sistema até que se alcance o ponto de estabilidade crítica.



## Margem de Ganho

$$G_M |G(j\omega_M)H(j\omega_M)| = 1$$

$$G_{MdB} = 20 \log \frac{1}{|G(j\omega_M)H(j\omega_M)|} = -20 \log |G(j\omega_M)H(j\omega_M)|$$

$\omega_M$  é a frequência em que a fase de  $G(j\omega)H(j\omega)$  é igual a  $180^\circ$ .



## Margens de Fase - $\Phi_M$

- É o valor angular a ser acrescentado ou decrescido à curva de fase da resposta em frequência de um sistema operando em malha aberta na frequência em que a curva de módulo da resposta em frequência deste mesmo sistema apresenta valor unitário (ou  $0.0 \text{ dB}$ ).



## Margens de Fase - $\Phi_M$

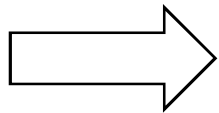
$$\Phi_M = 180^\circ + \arg\{G(j\omega_{0dB})H(j\omega_{0dB})\}$$

$\omega_{0dB}$  a frequência em que o módulo de  $G(j\omega)H(j\omega)$  é igual 1 (0.0 dB).



## Margens de Estabilidade

Informações associadas as Margens de Ganho e de Fase podem ser obtidas



diretamente dos diagramas



Bode

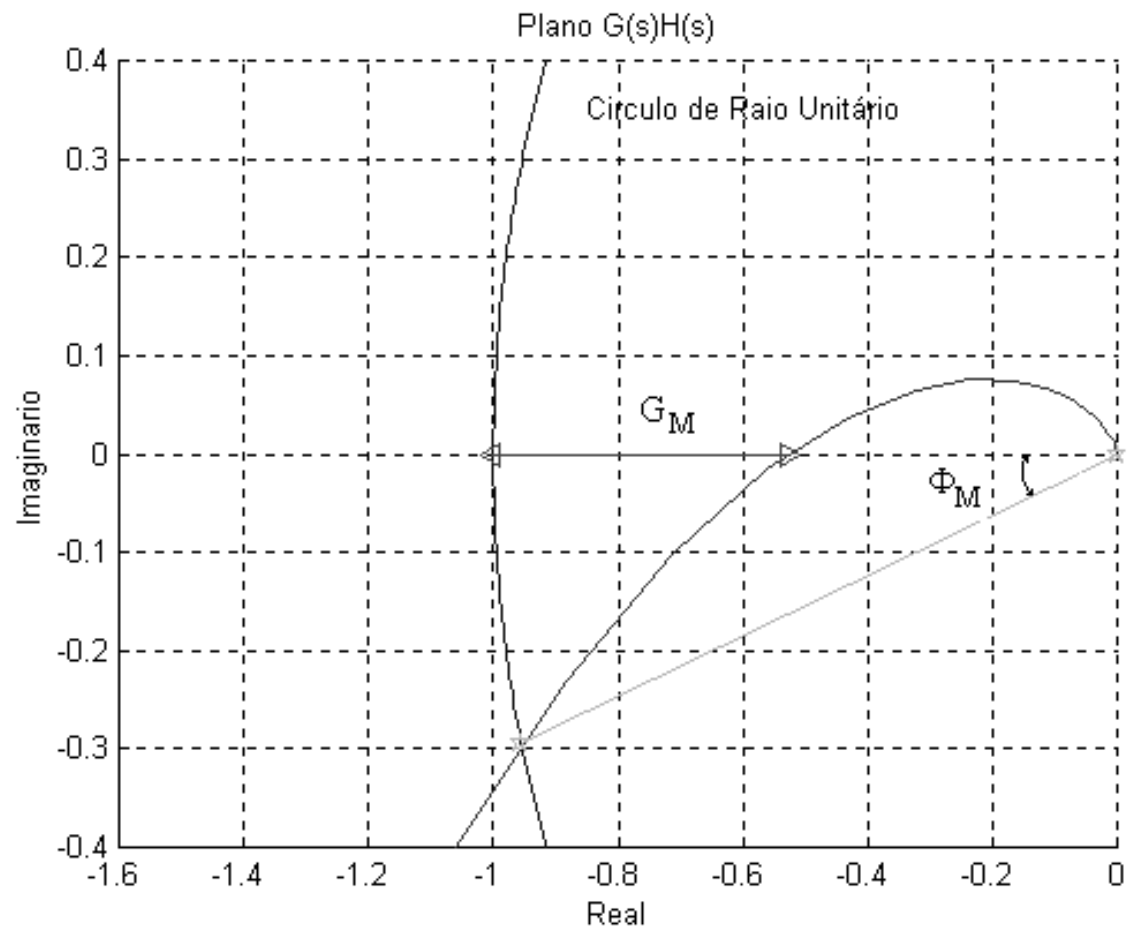


Polar

# Sistemas e Sinais

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

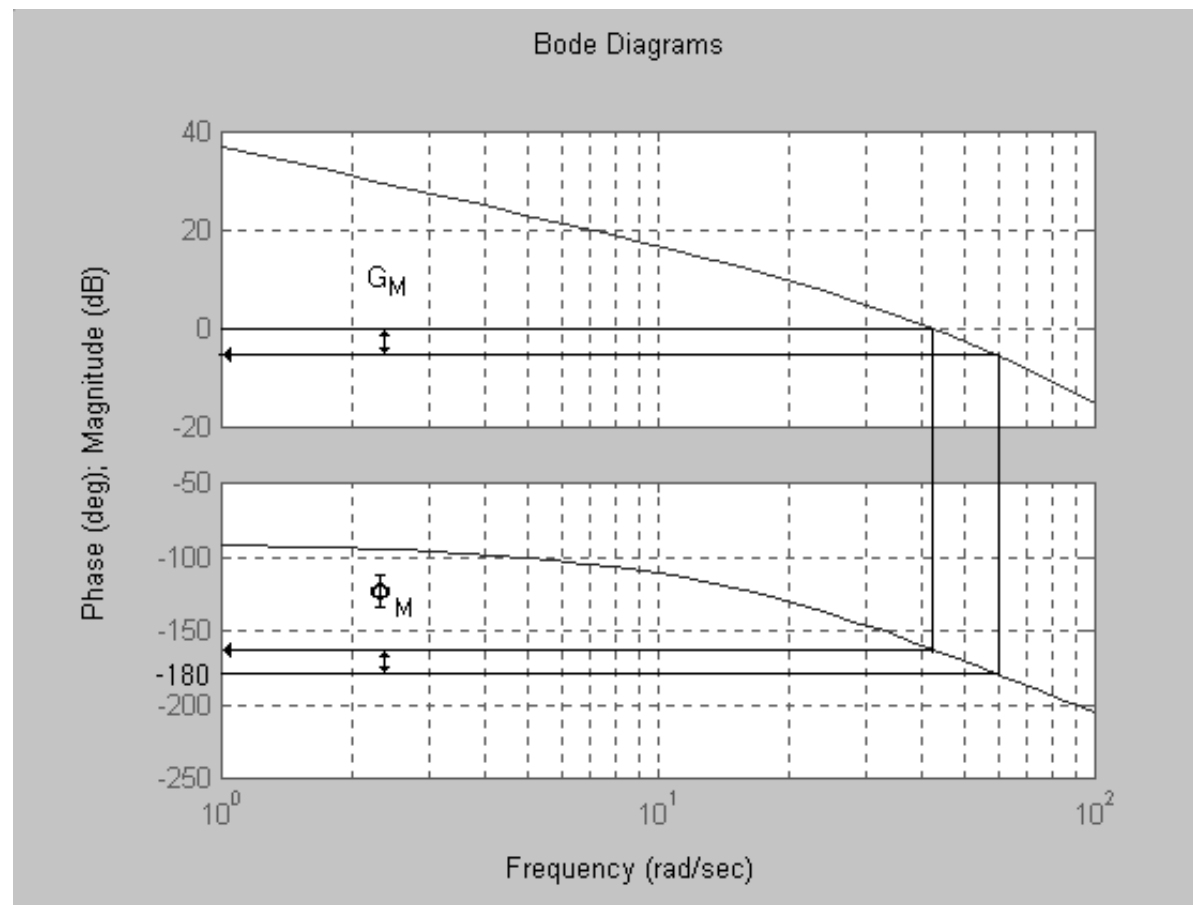
Departamento de Engenharia Elétrica



# Sistemas e Sinais

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

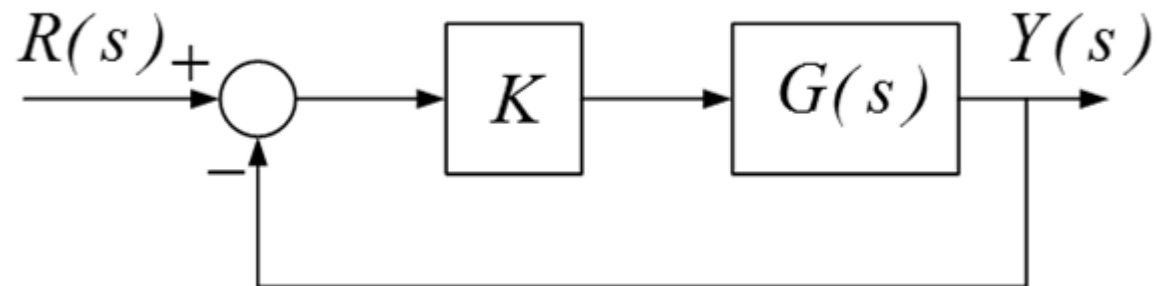
Departamento de Engenharia Elétrica





## Exercícios:

Considere o diagrama de Blocos apresentado a seguir:





## Exercícios:

Admitindo

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

e  $K=1.0$ , e  $K=10.0$ , fazer a análise de estabilidade utilizando o critério de Nyquist. Para cada uma das situações de ganho, determinar analítica e graficamente as margens de fase e de ganho.



## Exercícios:

Admitindo

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+10)}$$

e  $K=100.0$ , e  $K=1000.0$ , fazer a análise de estabilidade utilizando o critério de Nyquist. Para cada uma das situações de ganho, determinar analítica e graficamente as margens de fase e de ganho.