ENG04006 - Sistemas e Sinais
Aula de Exercícios 3

Tópicos abordados: Sistemas LTI - Linearidade e Invariância - Modelagem por Variáveis de Estado

1. Considere as equações mecânicas, elétricas e de acoplamento dadas em (1), referentes ao comportamento dinâmico de um motor de corrente contínua (CC) representado pela na Figura 1.

$$\begin{cases} V_a = L_a \dot{i}(t) + R_a i(t) + E_a \\ E_a = Kw(t) \\ J\dot{w}(t) = T_e - Bw(t) \\ T_e = Ki(t) \end{cases} \tag{1}$$

   onde:

   - J é o momento de inércia;
   - $w(t)$ é a velocidade angular do motor;
   - T_e é o conjugado eletro-mecânico (torque aplicado ao eixo);
   - B é o coeficiente de atrito;
   - K é uma constante que depende da construção do motor e da corrente de campo;
   - V_a é a tensão de armadura;
   - $i_a(t)$ é a corrente de armadura.

   Encontre a descrição por variáveis de estado para este sistema em função de $i_a(t)$ e $w(t)$

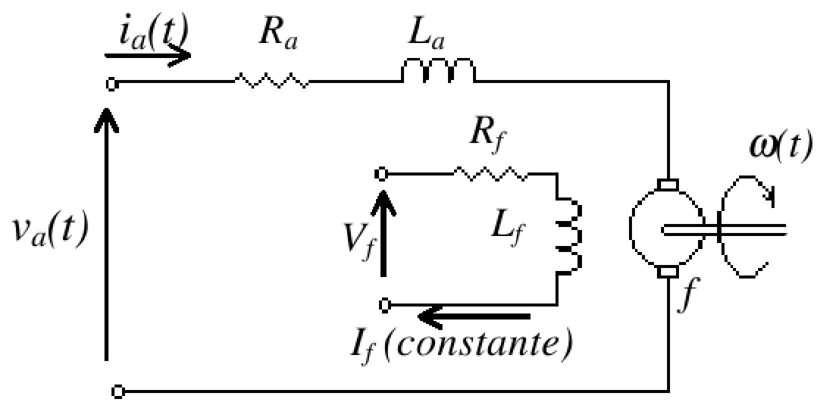

Figura 1: Modelo de um motor CC

2. Considere o braço de um robô representado pela a 2 que segue as equações (2) e que T_e é composto pelo torque aplicado pela a junta, por uma fração do peso do robô e por uma componente de atrito proporcional a velocidade do braço $\dot{\theta}$.

$$\left\{ \; T_e = I\ddot{\theta} \right. \tag{2}$$

   Encontre a descrição por variáveis de estado para este sistema em função de $\theta(t)$ e $\dot{\theta}$. **DICA:** Utilizar o modelo linearizado, para casos de θ pequenos.

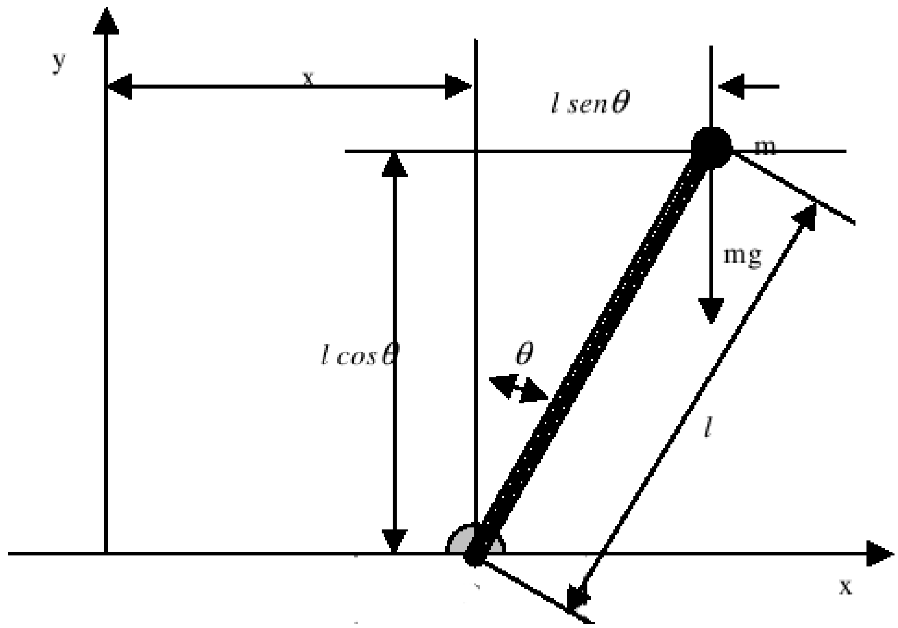

Figura 2: Modelo de um Pêndulo Invertido

3. Considere o sistema descrito pela a seguinte equação diferencial:

$$\ddot{y} + 10\dot{y} + 50y = 50x$$

Deseja-se resolver a equação para as seguintes condições:

(a) Condições iniciais $y(0) = 7$ e $\dot{y}(0) = 0$.

(b) Para a entrada representada pela a Figura 3

(c) Represente esta equação através variáveis de estado.

(d) Represente esta equação através diagrama de blocos.

Por fim, o sistema é BIBO-estável? Justifique?

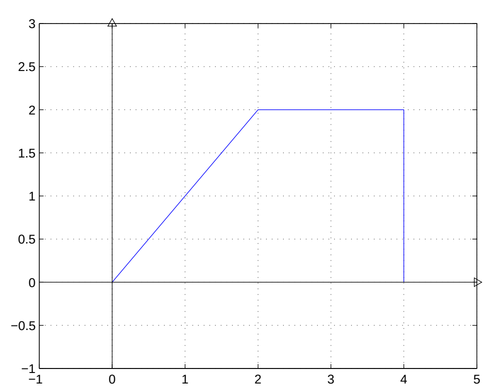

Figura 3: x(t)

4. Considere um sistema LTI representado pela a equação de diferenças abaixo. Deseja-se:

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{2}y[n-2] = x[n]$$

(a) Resolva a equação considerando: $x[n] = 9u[n]$ e $y[-1] = 6$ e $y[-2] = 0$.

(b) Avalie a estabilidade do sistema.

(c) Calcule a resposta para $x[n] = u[n-2] - u[n-10]$, $y[-1] = 3$ e $y[-2] = 0$ **SEM CALCULAR DE NOVO**.

(d) Represente esta equação através variáveis de estado.

(e) Represente esta equação através diagrama de blocos.