

Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Prof. Walter Fetter Lages

7 de janeiro de 2019

1 Regras Básicas

1. \hat{Z}_{i-1} está ao longo do eixo a junta i .
2. \hat{X}_i é normal a \hat{Z}_{i-1} .
3. \hat{Y}_i completa o sistema.

2 Atribuição dos Sistemas de Coordenadas

Sistema de coordenadas da base: Estabeleça o sistema de coordenadas da base $\{\hat{X}_0, \hat{Y}_0, \hat{Z}_0\}$ na base de apoio do robô, com o eixo \hat{Z}_0 sobre o eixo da junta 1 e apontando para o "ombro" do robô. Os eixos \hat{X}_0 e \hat{Y}_0 podem ser convenientemente estabelecidos, desde que formando um sistema ortonormal.

Sistemas de coordenadas dos elos: Eixo da junta: Alinhe \hat{Z}_i com o eixo da junta $i + 1$ (rotacional ou prismática).

Origem do sistema i : Localize a origem do sistema i na intersecção de \hat{Z}_i e \hat{Z}_{i-1} ou na intersecção da normal comum a \hat{Z}_i e \hat{Z}_{i-1} e o eixo \hat{Z}_i .

Eixo \hat{X}_i : $\hat{X}_i = \pm \hat{Z}_{i-1} \times \hat{Z}_i$ ou sobre a normal comum entre \hat{Z}_{i-1} e \hat{Z}_i se eles forem paralelos.

Eixo \hat{Y}_i : $\hat{Y}_i = +\hat{Z}_i \times \hat{X}_i$, para completar o sistema.

Sistema de coordenadas da garra: Usualmente a n -ésima junta é rotacional. Alinhe \hat{Z}_n na mesma direção que \hat{Z}_{n-1} e apontando para fora do robô. Alinhe \hat{X}_n de forma que seja normal a \hat{Z}_{n-1} e a \hat{Z}_n . \hat{Y}_n completa o sistema.

Parâmetros das juntas e elos: d_i : é o deslocamento da origem do sistema $i - 1$ à intersecção dos eixos \hat{Z}_{i-1} e \hat{X}_i , medido sobre o eixo \hat{Z}_{i-1} . É a variável de junta, se a junta i for prismática.

a_i : é o deslocamento da intersecção de \hat{Z}_{i-1} e \hat{X}_i à origem do sistema i , medido sobre o eixo \hat{X}_i .

θ_i : é o deslocamento angular em torno de \hat{Z}_{i-1} , medido de \hat{X}_{i-1} à \hat{X}_i . É a variável de junta se a junta i for rotacional.

α_i : é o deslocamento angular em torno de \hat{X}_i , medido de \hat{Z}_{i-1} à \hat{Z}_i .

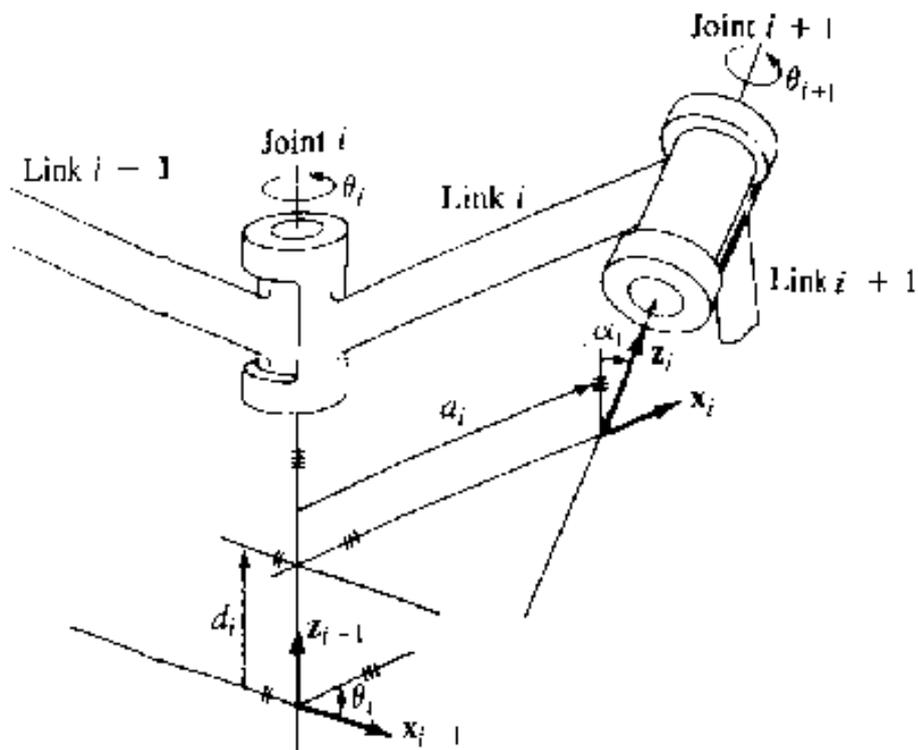


Figura 1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg.

3 Transformação entre Frames a partir dos Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Da definição dos parâmetros de Denavit-Hartenberg, pode-se perceber que um ponto P_i , expresso no sistema de coordenadas i , pode ser expresso no sistema de coordenadas $i - 1$ fazendo-se a seguinte sequência de transformações:

1. Rotação de um ângulo α_i em torno de \hat{X}_i , para alinhar \hat{Z}_{i-1} com \hat{Z}_i .

$$R_x(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\text{sen}\alpha_i & 0 \\ 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. Translação de a_i ao longo de \hat{X}_i para fazer os eixos \hat{Z} coincidentes.

$$D_x(a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. Translação de d_i ao longo de \hat{Z}_{i-1} para fazer as origens coincidentes.

$$D_z(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

4. Rotação de um ângulo θ_i em torno de \hat{Z}_{i-1} , para alinhar \hat{X}_{i-1} com \hat{X}_i .

$$R_z(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\text{sen}\theta_i & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Logo,

$${}^{i-1}T_i = R_z(\theta_i)D_z(d_i)D_x(a_i)R_x(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i\text{sen}\theta_i & \text{sen}\alpha_i\text{sen}\theta_i & a_i\cos\theta_i \\ \text{sen}\theta_i & \cos\alpha_i\cos\theta_i & -\text{sen}\alpha_i\cos\theta_i & a_i\text{sen}\theta_i \\ 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

e portanto,

$$[{}^{i-1}T_i]^{-1} = {}^i T_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \text{sen}\theta_i & 0 & -a_i \\ -\cos\alpha_i\text{sen}\theta_i & \cos\alpha_i\cos\theta_i & \text{sen}\alpha_i & -d_i\text{sen}\alpha_i \\ \text{sen}\alpha_i\text{sen}\theta_i & -\text{sen}\alpha_i\cos\theta_i & \cos\alpha_i & -d_i\cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Referências

- [1] K. S. Fu, R. C. Gonzales, and C. S. G. Lee. *Robotics Control, Sensing, Vision and Intelligence*. Industrial Engineering Series. McGraw-Hill, New York, 1987.

A Exercícios

1. Para cada um dos manipuladores abaixo:
 - (a) Atribua os sistemas de coordenadas segundo as convenções de Denavit-Hartenberg.
 - (b) Faça a tabela dos parâmetros de Denavit-Hartenberg
 - (c) Obtenha as matrizes de transformação homogênea

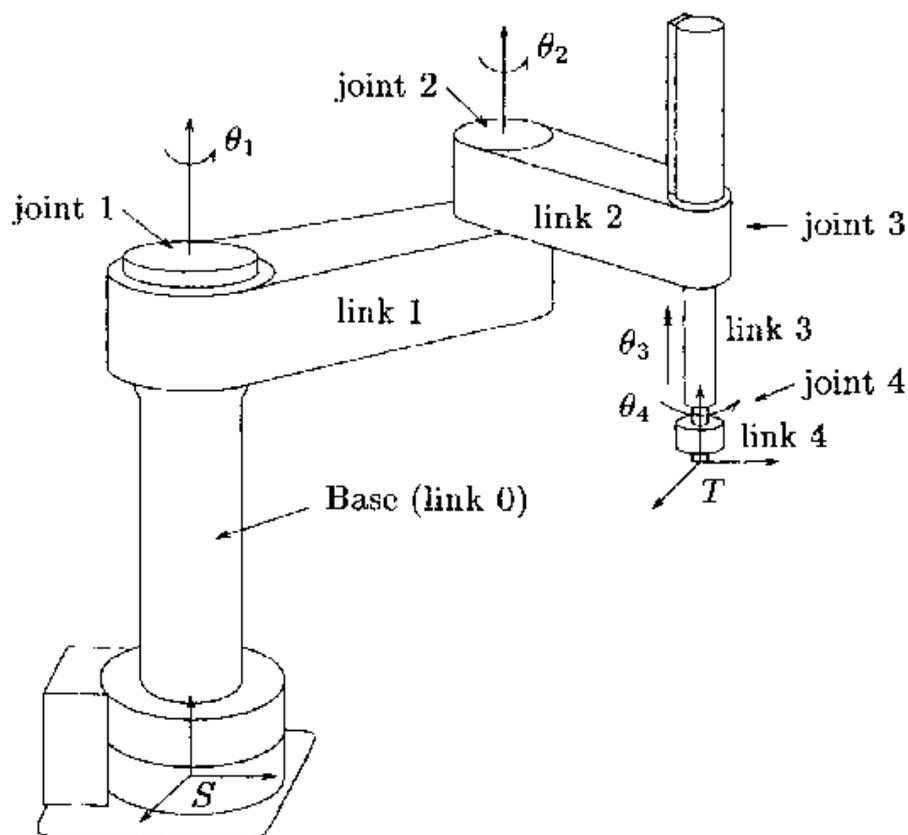


Figura 2: AdeptOne.

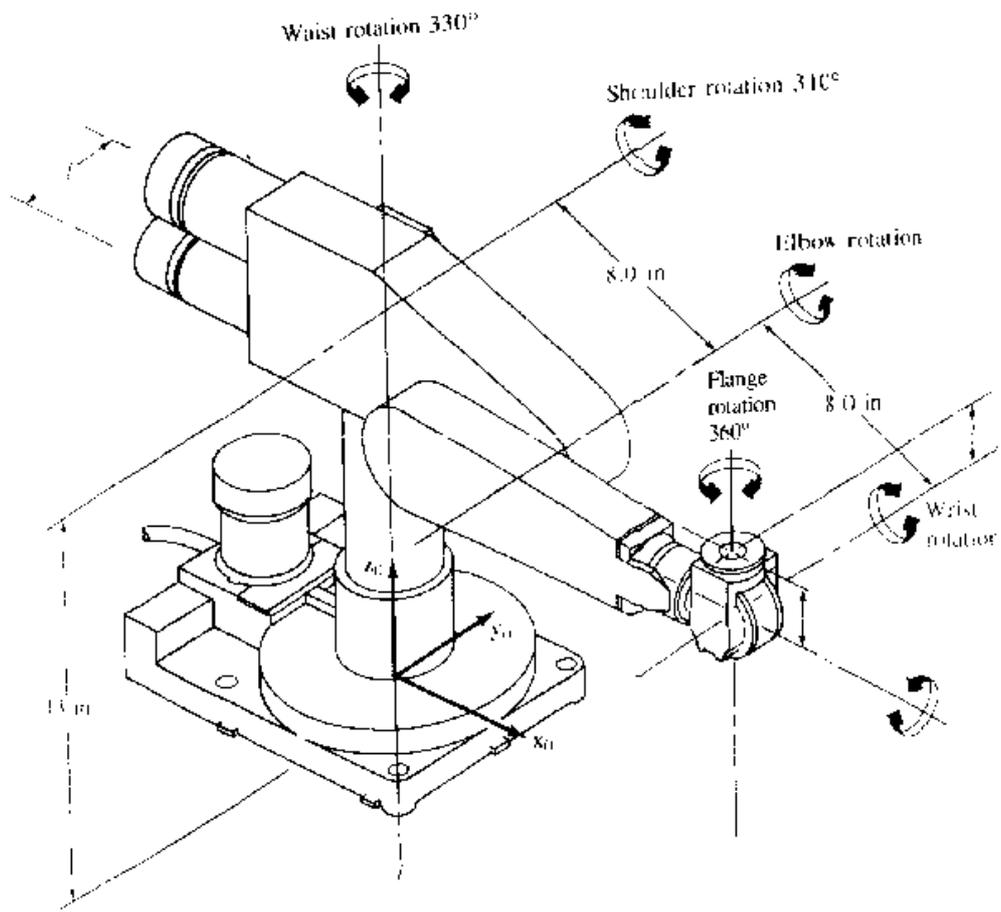


Figura 3: Puma 260.

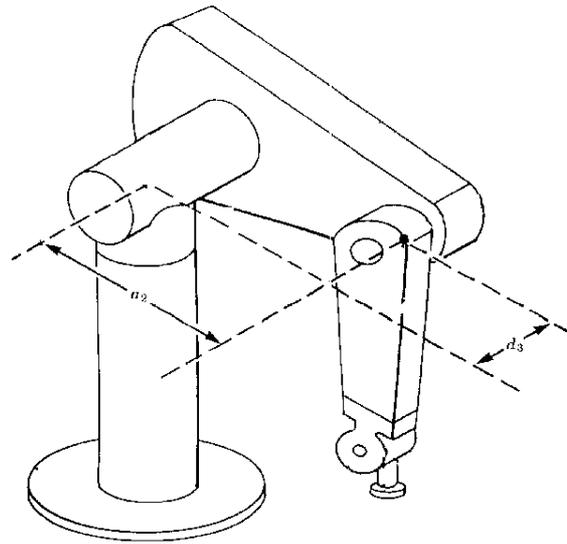


Figura 4: Puma 560.

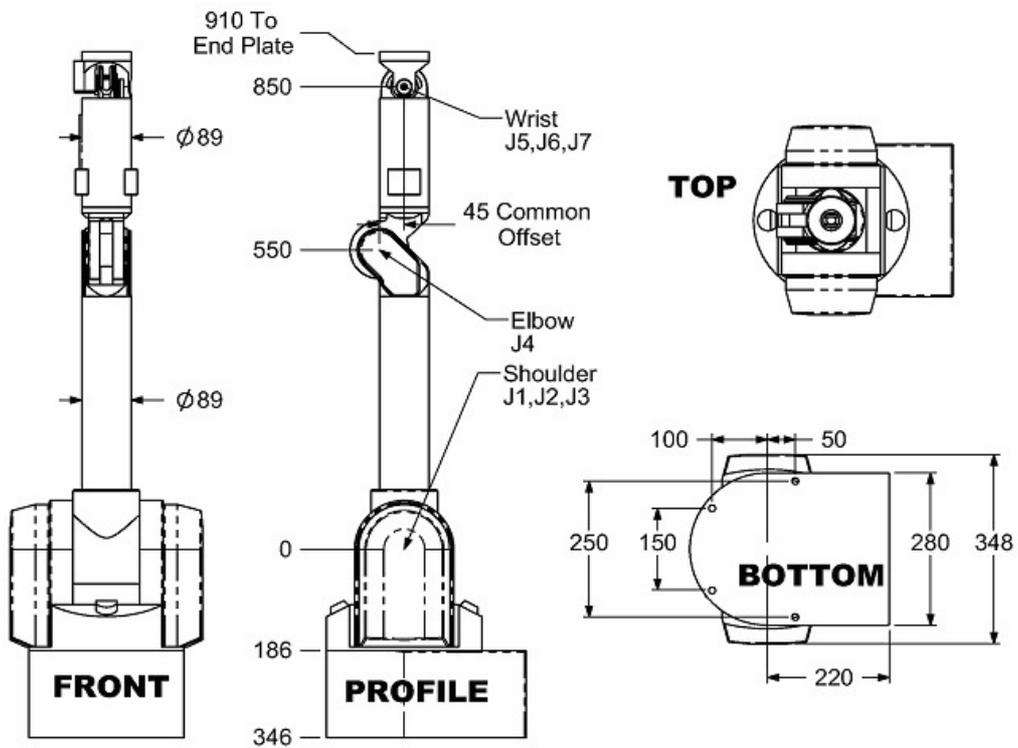


Figura 5: Barrett WAM.

2. Compare a tabela de parâmetros de Denavit-Hartenberg obtida para o manipulador Barrett WAM no item 1b com a tabela "oficial" do fabricante, mostrada na tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg do Manipulador Barrett WAM, segundo o fabricante.

i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\pi/2$	0	θ_1
2	0	$\pi/2$	0	θ_2
3	0.045	$-\pi/2$	0.55	θ_3
4	-0.045	$\pi/2$	0	θ_4
5	0	$-\pi/2$	0.3	θ_5
6	0	$\pi/2$	0	θ_6
7	0	0	0.06	θ_7
T	0	0	0	

3. Ajuste os eixos atribuídos para o manipulador Barrett WAM, de forma que os parâmetros de Denavit-Hartenberg passem a ter os valores mostrados na Tabela 1.