

Associação de Quadripolos

Bibiana Maitê Petry Ferraz
Carlos Eduardo Pereira
Walter Fetter Lages

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Sistemas Elétricos de Automação e Energia
ENG10001 - Circuitos Elétricos I-C

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

1 Análise de Circuitos Resistivos

- Apresentação da disciplina e dinâmica do semestre
- Conceitos fundamentais: carga elétrica, corrente, tensão, corrente, resistência, potência, energia
- Leis de Kirchhoff
- Método dos nós
- Método das malhas
- Associação série/paralelo, divisores de tensão/corrente
- Linearidade e superposição
- Thévenin e Norton
- Máxima transferência de potência
- Millmann, Rosen, transformação estrela/triângulo
- Introdução a quadripolos
- Conversão entre parâmetros, simetria e reciprocidade
- [Associação de quadripolos](#)
- Realimentação
- Teorema do elemento extra

2 Análise de Circuitos no Domínio do Tempo

Cronograma

**Objetivos da
Aula**

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- 1 Analisar quadripolos com carga
- 2 Analisar interligações de quadripolos

Análise de quadripolos com carga

Em aplicações típicas de quadripolos, o sinal de excitação é **ligado na porta 1** e a carga **ligada na porta 2**:

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

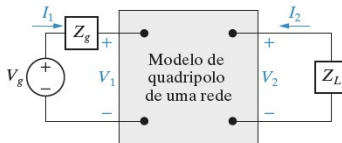
Próximas Aulas

Referências

Análise de quadripolos com carga

Em aplicações típicas de quadripolos, o sinal de excitação é **ligado na porta 1** e a carga **ligada na porta 2**:

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

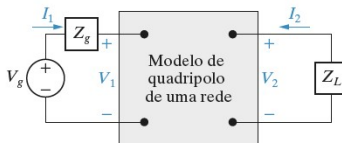
Próximas Aulas

Referências

Análise de quadripolos com carga

Em aplicações típicas de quadripolos, o sinal de excitação é **ligado na porta 1** e a carga **ligada na porta 2**:

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



onde:

Z_g representa a impedância interna da fonte

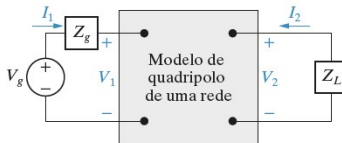
V_g a tensão interna da fonte

Z_L a impedância da carga

Análise de quadripolos com carga

Em aplicações típicas de quadripolos, o sinal de excitação é **ligado na porta 1** e a carga **ligada na porta 2**:

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



onde:

Z_g representa a impedância interna da fonte

V_g a tensão interna da fonte

Z_L a impedância da carga

A análise desse circuito consiste em expressar as correntes e tensões terminais em função dos parâmetros das terminações: V_g , Z_g e Z_L

Análise de quadripolos com carga

Seis características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

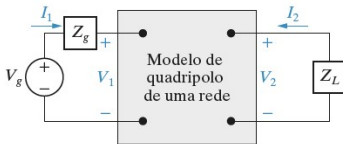
Referências

Análise de quadripolos com carga

Seis características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

- 1 a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.

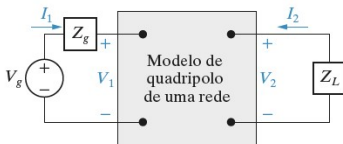


Análise de quadripolos com carga

Seis características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

- ① a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- ② a corrente de saída I_2

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



Análise de quadripolos com carga

Seus características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

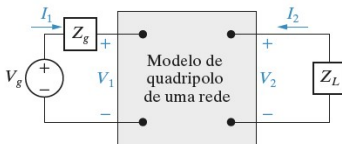
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- ❶ a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- ❷ a corrente de saída I_2
- ❸ o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) do ponto de vista da porta 2

Análise de quadripolos com carga

Seus características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

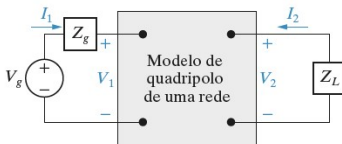
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- 1 a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- 2 a corrente de saída I_2
- 3 o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) do ponto de vista da porta 2
- 4 o ganho de corrente $\frac{I_2}{I_1}$

Análise de quadripolos com carga

Seis características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

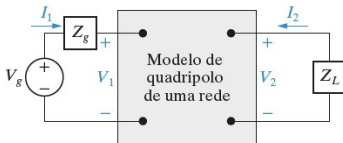
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- 1 a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- 2 a corrente de saída I_2
- 3 o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) do ponto de vista da porta 2
- 4 o ganho de corrente $\frac{I_2}{I_1}$
- 5 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_1}$

Análise de quadripolos com carga

Seis características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

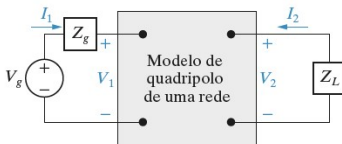
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- 1 a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- 2 a corrente de saída I_2
- 3 o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) do ponto de vista da porta 2
- 4 o ganho de corrente $\frac{I_2}{I_1}$
- 5 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_1}$
- 6 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_g}$

Seis características do quadripolo sob carga definem seu comportamento terminal:

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

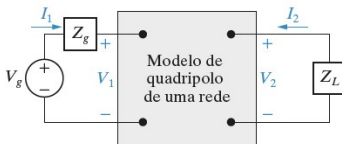
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- 1 a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- 2 a corrente de saída I_2
- 3 o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) do ponto de vista da porta 2
- 4 o ganho de corrente $\frac{I_2}{I_1}$
- 5 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_1}$
- 6 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_g}$

Para ilustrar como essas seis características são calculadas, serão deduzidas expressões usando os parâmetros z para modelar o quadripolo

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

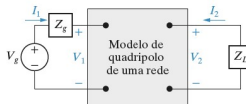
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

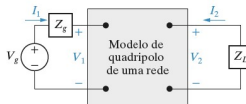
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

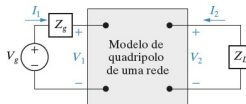
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$
- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

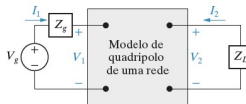
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$
- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$
- Considerando a fonte:
 $-V_g + Z_g I_1 + V_1 = 0$

$$V_1 = V_g - Z_g I_1$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

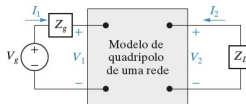
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$
- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$
- Considerando a fonte: $-V_g + Z_g I_1 + V_1 = 0$

$$V_1 = V_g - Z_g I_1$$

- Considerando a carga: $-V_2 - I_2 Z_L = 0$

$$V_2 = -I_2 Z_L$$

Impedância de Entrada

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{z_{11}I_1 + z_{12}I_2}{I_1} = z_{11} + z_{12}\frac{I_2}{I_1}$$

Impedância de Entrada

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{z_{11}I_1 + z_{12}I_2}{I_1} = z_{11} + z_{12}\frac{I_2}{I_1}$$

$$-I_2 Z_L = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$-I_2(Z_L + z_{22}) = z_{21}I_1$$

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{z_{21}}{(Z_L + z_{22})}$$

Impedância de Entrada

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{z_{11}I_1 + z_{12}I_2}{I_1} = z_{11} + z_{12}\frac{I_2}{I_1}$$

$$-I_2 Z_L = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$-I_2(Z_L + z_{22}) = z_{21}I_1$$

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{z_{21}}{(Z_L + z_{22})}$$

$$Z_{ent} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{(Z_L + z_{22})}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$I_2 = -\frac{z_{21}}{(Z_L + z_{22})} I_1$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$I_2 = -\frac{z_{21}}{(Z_L + z_{22})} I_1$$

$$V_g - Z_g I_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12} I_2}{Z_g + z_{11}}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$I_2 = -\frac{z_{21}}{(Z_L + z_{22})} I_1$$

$$V_g - Z_g I_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12} I_2}{Z_g + z_{11}}$$

$$I_2 = -\frac{z_{21}}{(Z_L + z_{22})} \frac{V_g - z_{12} I_2}{Z_g + z_{11}}$$

$$I_2 = \frac{z_{21} V_g}{(Z_g + z_{11})(Z_L + z_{22}) - z_{12} z_{21}}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = z_{21}I_1$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = z_{21}I_1$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}0 = V_g - Z_g I_1$$

$$I_1 = \frac{V_g}{z_{11} + Z_g}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = z_{21}I_1$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}0 = V_g - Z_g I_1$$

$$I_1 = \frac{V_g}{z_{11} + Z_g}$$

$$V_{th} = \frac{z_{21}}{Z_g + z_{11}} V_g$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = z_{21}I_1$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}0 = V_g - Z_g I_1$$

$$I_1 = \frac{V_g}{z_{11} + Z_g}$$

$$V_{th} = \frac{z_{21}}{Z_g + z_{11}} V_g$$

- Impedância de Thévenin: $Z_{th} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{V_g=0}$

Equivalente de Thévenin Visto pela Porta 2

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = \frac{z_{21}}{z_g + z_{11}} V_g$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Equivalente de Thévenin Visto pela Porta 2

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = \frac{z_{21}}{z_g + z_{11}} V_g$
- Impedância de Thévenin: $Z_{th} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_g=0}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Equivalente de Thévenin Visto pela Porta 2

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = \frac{z_{21}}{Z_g + z_{11}} V_g$
- Impedância de Thévenin: $Z_{th} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_g=0}$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} = -\frac{z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Equivalente de Thévenin Visto pela Porta 2

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = \frac{z_{21}}{Z_g + z_{11}} V_g$
- Impedância de Thévenin: $Z_{th} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_g=0}$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} = -\frac{z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}}$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 = z_{21} \left(-\frac{z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} \right) + z_{22}I_2$$

$$V_2 = I_2 \left(z_{22} - \frac{z_{21}z_{12}}{Z_g + z_{11}} \right)$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Equivalente de Thévenin Visto pela Porta 2

- Tensão de Thévenin: $V_{th} = V_2|_{I_2=0} = \frac{z_{21}}{Z_g + z_{11}} V_g$
- Impedância de Thévenin: $Z_{th} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{V_g=0}$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} = -\frac{z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}}$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 = z_{21} \left(-\frac{z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} \right) + z_{22}I_2$$

$$V_2 = I_2 \left(z_{22} - \frac{z_{21}z_{12}}{Z_g + z_{11}} \right)$$

$$Z_{th} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{V_g=0} = z_{22} - \frac{z_{21}z_{12}}{Z_g + z_{11}}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- $\frac{I_2}{I_1} :$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- $\frac{I_2}{I_1}$: obtido como cálculo intermediário para calcular a impedância de entrada

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- $\frac{I_2}{I_1}$: obtido como cálculo intermediário para calcular a impedância de entrada

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{(Z_L + z_{22})}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão na porta 2:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_1}$

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_1}$

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}\left(-\frac{V_2}{Z_L}\right)$$

$$I_1 = \frac{V_1}{z_{11}} + \frac{V_2 z_{12}}{z_{11} Z_L}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_1}$

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}\left(-\frac{V_2}{Z_L}\right)$$

$$I_1 = \frac{V_1}{z_{11}} + \frac{V_2 z_{12}}{z_{11} Z_L}$$

$$V_2 = z_{21}\left(\frac{V_1}{z_{11}} + \frac{V_2 z_{12}}{z_{11} Z_L}\right) + z_{22}\left(-\frac{V_2}{Z_L}\right)$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_1}$

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}\left(-\frac{V_2}{Z_L}\right)$$

$$I_1 = \frac{V_1}{z_{11}} + \frac{V_2 z_{12}}{z_{11} Z_L}$$

$$V_2 = z_{21}\left(\frac{V_1}{z_{11}} + \frac{V_2 z_{12}}{z_{11} Z_L}\right) + z_{22}\left(-\frac{V_2}{Z_L}\right)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{z_{21} Z_L}{z_{11} Z_L + z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}} = \frac{z_{21} Z_L}{z_{11} Z_L + \Delta z}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_g}$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$V_g - Z_g I_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} = \frac{z_{12}V_2}{Z_L(Z_g + z_{11})} + \frac{V_g}{Z_g + z_{11}}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_g}$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$V_g - Z_g I_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} = \frac{z_{12}V_2}{Z_L(Z_g + z_{11})} + \frac{V_g}{Z_g + z_{11}}$$

- Tensão na porta 2:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ganho de Tensão $\frac{V_2}{V_g}$

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão na porta 1: $V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$V_g - Z_g I_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{Z_g + z_{11}} = \frac{z_{12}V_2}{Z_L(Z_g + z_{11})} + \frac{V_g}{Z_g + z_{11}}$$

- Tensão na porta 2: $V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$

$$V_2 = \frac{z_{21}z_{12}V_2}{Z_L(Z_g + z_{11})} + \frac{z_{21}V_g}{Z_g + z_{11}} - \frac{z_{22}}{Z_L}V_2$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{z_{21}Z_L}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

Resumo: Equações de quadripolos com cargas em seus terminais

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

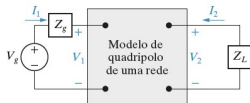
Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Resumo: Equações de quadripolos com cargas em seus terminais

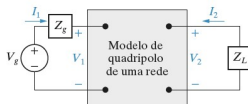
Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- ❶ a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- ❷ a corrente de saída I_2
- ❸ o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) visto do ponto de vista da porta 2
- ❹ o ganho de corrente $\frac{I_2}{I_1}$
- ❺ o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_1}$
- ❻ o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_g}$

Resumo: Equações de quadripolos com cargas em seus terminais

Figura Quadripolo com cargas ligadas em seus terminais.



- 1 a impedância $Z_{ent} = \frac{V_1}{I_1}$, ou a admitância $Y_{ent} = \frac{I_1}{V_1}$
- 2 a corrente de saída I_2
- 3 o equivalente de Thévenin (V_{Th} , Z_{Th}) visto do ponto de vista da porta 2
- 4 o ganho de corrente $\frac{I_2}{I_1}$
- 5 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_1}$
- 6 o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_g}$

Parâmetros z

$$Z_{ent} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + Z_L}$$

$$I_2 = \frac{-z_{21}V_g}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

$$V_{Th} = \frac{z_{21}}{z_{11} + Z_g} V_g$$

$$Z_{Th} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + Z_g}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-z_{21}}{z_{22} + Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{z_{21}Z_L}{z_{11}Z_L + \Delta z}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{z_{21}Z_L}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

A Tabela a seguir mostra as expressões que envolvem os parâmetros z e y

Tabela. Equações de quadripolos com cargas em seus terminais

Parâmetros z	Parâmetros y
$Z_{ent} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + Z_L}$	$Y_{ent} = y_{11} - \frac{y_{12}y_{21}Z_L}{1 + y_{22}Z_L}$
$I_2 = \frac{-z_{21}V_g}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$	$I_2 = \frac{y_{21}V_g}{1 + y_{22}Z_L + y_{11}Z_g + \Delta y Z_g Z_L}$
$V_{Th} = \frac{z_{21}}{z_{11} + Z_g} V_g$	$V_{Th} = \frac{-y_{21}V_g}{y_{22} + \Delta y Z_g}$
$Z_{Th} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + Z_g}$	$Z_{Th} = \frac{1 + y_{11}Z_g}{y_{22} + \Delta y Z_g}$
$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-z_{21}}{z_{22} + Z_L}$	$\frac{I_2}{I_1} = \frac{y_{21}}{y_{11} + \Delta y Z_L}$
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{z_{21}Z_L}{z_{11}Z_L + \Delta z}$	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-y_{21}Z_L}{1 + y_{22}Z_L}$
$\frac{V_2}{V_g} = \frac{z_{21}Z_L}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$	$\frac{V_2}{V_g} = \frac{y_{21}Z_L}{y_{12}y_{21}Z_g Z_L - (1 + y_{11}Z_g)(1 + y_{22}Z_L)}$

Relações entre as seis características e os parâmetros a e b

Tabela. Equações de quadripolos com parâmetros a e b e as cargas em seus terminais

Parâmetros a	Parâmetros b
$Z_{\text{ent}} = \frac{a_{11}Z_L + a_{12}}{a_{21}Z_L + a_{22}}$	$Z_{\text{ent}} = \frac{b_{22}Z_L + b_{12}}{b_{21}Z_L + b_{11}}$
$I_2 = \frac{-V_g}{a_{11}Z_L + a_{12} + a_{21}Z_g Z_L + a_{22}Z_g}$	$I_2 = \frac{-V_g \Delta b}{b_{11}Z_g + b_{21}Z_g Z_L + b_{22}Z_L + b_{12}}$
$V_{\text{Th}} = \frac{V_g}{a_{11} + a_{21}Z_g}$	$V_{\text{Th}} = \frac{V_g \Delta b}{b_{22} + b_{21}Z_g}$
$Z_{\text{Th}} = \frac{a_{12} + a_{22}Z_g}{a_{11} + a_{21}Z_g}$	$Z_{\text{Th}} = \frac{b_{11}Z_g + b_{12}}{b_{21}Z_g + b_{22}}$
$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-1}{a_{21}Z_L + a_{22}}$	$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-\Delta b}{b_{11} + b_{21}Z_L}$
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_L}{a_{11}Z_L + a_{12}}$	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Delta b Z_L}{b_{12} + b_{22}Z_L}$
$\frac{V_2}{V_g} = \frac{Z_L}{(a_{11} + a_{21}Z_g)Z_L + a_{12} + a_{22}Z_g}$	$\frac{V_2}{V_g} = \frac{\Delta b Z_L}{b_{12} + b_{11}Z_g + b_{22}Z_L + b_{21}Z_g Z_L}$

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Tabela. Equações de quadripolos com parâmetros h e g e as cargas em seus terminais

Parâmetros h	Parâmetros g
$Z_{ent} = h_{11} - \frac{h_{12}h_{21}Z_L}{1 + h_{22}Z_L}$	$Y_{ent} = g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22} + Z_L}$
$I_2 = \frac{h_{21}V_g}{(1 + h_{22}Z_L)(h_{11} + Z_g) - h_{12}h_{21}Z_L}$	$I_2 = \frac{-g_{21}V_g}{(1 + g_{11}Z_g)(g_{22} + Z_L) - g_{12}g_{21}Z_g}$
$V_{Th} = \frac{-h_{21}V_g}{h_{22}Z_g + \Delta h}$	$V_{Th} = \frac{g_{21}V_g}{1 + g_{11}Z_g}$
$Z_{Th} = \frac{Z_g + h_{11}}{h_{22}Z_g + \Delta h}$	$Z_{Th} = g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}Z_g}{1 + g_{11}Z_g}$
$\frac{I_2}{I_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}Z_L}$	$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-g_{21}}{g_{11}Z_L + \Delta g}$
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-h_{21}Z_L}{\Delta h Z_L + h_{11}}$	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{g_{21}Z_L}{g_{22} + Z_L}$
$\frac{V_2}{V_g} = \frac{-h_{21}Z_L}{(h_{11} + Z_g)(1 + h_{22}Z_L) - h_{12}h_{21}Z_L}$	$\frac{V_2}{V_g} = \frac{g_{21}Z_L}{(1 + g_{11}Z_g)(g_{22} + Z_L) - g_{12}g_{21}Z_g}$

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Relações entre as seis características e os parâmetros do quadripolo - Exemplo

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

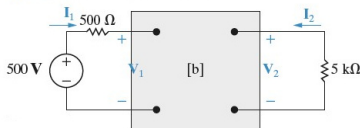
Próximas Aulas

Referências

Exemplo numérico: Análise de um quadripolo com carga em seus terminais

O quadripolo abaixo é descrito em termos de seus parâmetros b , cujos valores são:

$$\begin{aligned} b_{11} &= -20 & b_{12} &= -3000 \, \Omega \\ b_{21} &= -2 \, \text{mS} & b_{22} &= -0.2 \end{aligned}$$



- 1 Determine a tensão V_2
- 2 Determine a potência fornecida à carga
- 3 Determine a potência fornecida aos terminais de entrada
- 4 Determine a resistência de carga para máxima transferência de potência
- 5 Determine a potência máxima fornecida à carga do item 4

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Tensão V_2

$$\begin{aligned}\frac{V_2}{V_g} &= \frac{\Delta b Z_L}{b_{12} + b_{11} Z_g + b_{22} Z_L + b_{21} Z_g Z_L} \\ &= \frac{((-20)(-0.2) - (-3000)(-2 \times 10^{-3}))(5000)}{-3000 + (-20)500 + (-0.2)5000 + [2 \times 10^{-3}(500)(5000)]} \\ &= \frac{10}{19}\end{aligned}$$

$$V_2 = \frac{10}{19} 500 = 263.16 \text{ V}$$

- Potência fornecida à carga

$$P_L = \frac{V_2^2}{Z_L} = \frac{263,16^2}{5000} = 13.85 \text{ W}$$

- Potência fornecida aos terminais de entrada

$$Z_{ent} = \frac{b_{22}Z_L + b_{12}}{b_{21}Z_L + b_{11}} = \frac{(-0,2)(5000) - 3000}{-2 \times 10^{-3}(5000) - 20} = 133.33 \Omega$$

$$I_1 = \frac{V_g}{Z_{ent} + Z_g} = \frac{500}{133,33 + 500} = 789.47 \text{ mA}$$

$$P_{ent} = I_1^2 Z_{ent} = (789,47 \times 10^{-3})^2 133,33 = 83.1 \text{ W}$$

- Carga para máxima transferência de potência

$$Z_{Th} = \frac{b_{11}Z_g + b_{12}}{b_{12}Z_g + b_{22}} = \frac{(-20)500 - 3000}{(-2 \times 10^{-3})500 - 0,2} \\ = 10\,833.33 \Omega$$

$$Z_L^* = Z_{Th} = 10\,833.33 \Omega$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Cronograma

Objetivos da
Aula

**Análise de
quadripolos com
carga**

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

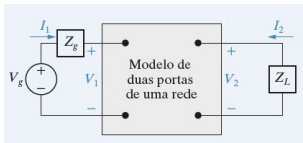
- Potência transferida para a carga na situação de máxima transferência de potência

$$\begin{aligned}\frac{V_2^*}{V_g} &= \frac{\Delta b Z_L^*}{b_{12} + b_{11} Z_g + b_{22} Z_L^* + b_{21} Z_g Z_L^*} \\ &= \frac{((-20)(-0,2) - (-3000)(-2 \times 10^{-3}))(10833,33)}{-3000 + (-20)500 + (-0,2)10833,33 + [2 \times 10^{-3}(500)(10833,33)]}\end{aligned}$$

$$V_2^* = 416.67 \text{ V}$$

$$P_L^* = \frac{(V_2^*)^2}{Z_L^*} = \frac{416,67^2}{10833,33} = 16.03 \text{ W}$$

Exercício proposto: Os parâmetros a do quadripolo mostrado são $a_{11} = 5 \times 10^{-4}$, $a_{12} = 10 \Omega$, $a_{21} = 10^{-6} \text{ S}$ e $a_{22} = -3 \times 10^{-2}$.



O Quadripolo é alimentado por uma fonte de tensão de 35.355 mV com uma resistência interna de 100 Ω . Ele é ligado a uma carga de 5 k Ω .

- Calcule a potência fornecida ao resistor de carga
- Calcule a resistência da carga para máxima potência
- Calcule a máxima potência fornecida ao resistor do item b

Respostas:

- 62.5 mW
- 11.667 k Ω
- 74.4 mW

Interconexão de quadripolos

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Interconexão de quadripolos

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Se as subseções forem modeladas por **quadripolos**, a síntese do sistema completo se dará por meio da **interligação desses quadripolos**

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Se as subseções forem modeladas por **quadripolos**, a síntese do sistema completo se dará por meio da **interligação desses quadripolos**

Quadripolos podem ser interligados de cinco modos:

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Se as subseções forem modeladas por [quadripolos](#), a síntese do sistema completo se dará por meio da [interligação desses quadripolos](#)

Quadripolos podem ser interligados de cinco modos:

1 em cascata

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Se as subseções forem modeladas por **quadripolos**, a síntese do sistema completo se dará por meio da **interligação desses quadripolos**

Quadripolos podem ser interligados de cinco modos:

- 1 em cascata
- 2 em série

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Se as subseções forem modeladas por **quadripolos**, a síntese do sistema completo se dará por meio da **interligação desses quadripolos**

Quadripolos podem ser interligados de cinco modos:

- 1 em cascata
- 2 em série
- 3 em paralelo

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

Se as subseções forem modeladas por **quadripolos**, a síntese do sistema completo se dará por meio da **interligação desses quadripolos**

Quadripolos podem ser interligados de cinco modos:

- 1 em cascata
- 2 em série
- 3 em paralelo
- 4 em série-paralelo

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

De modo geral, é **mais fácil sintetizar um sistema grande e complexo projetando-se primeiramente as subseções do sistema**

Integra-se, então, o sistema interligando-se essas unidades mais simples e fáceis de projetar

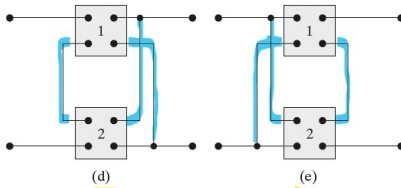
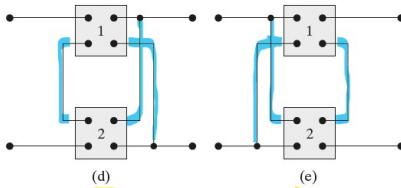
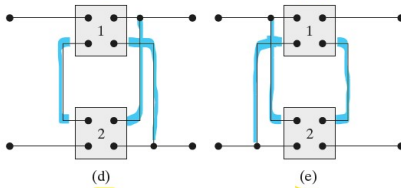
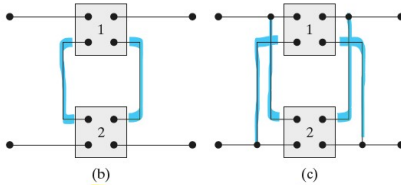
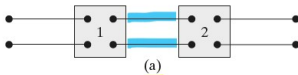
Se as subseções forem modeladas por **quadripolos**, a síntese do sistema completo se dará por meio da **interligação desses quadripolos**

Quadripolos podem ser interligados de cinco modos:

- 1 em cascata
- 2 em série
- 3 em paralelo
- 4 em série-paralelo
- 5 em paralelo-série

Interconexão de quadripolos

Figura As cinco interligações básicas de quadripolos. (a) **Em cascata**. (b) **Em série**. (c) **Em paralelo**. (d) **Em série-paralelo**. (e) **Em paralelo-série**.



Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

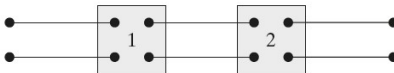
Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Interconexão de quadripolos

Inicialmente, será analisada a **ligação em cascata**



Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

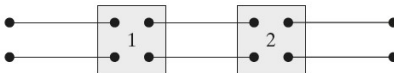
Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Interconexão de quadripolos

Inicialmente, será analisada a **ligação em cascata**



Se as outras quatro ligações cumprirem certos requisitos, poderemos obter os parâmetros que descrevem os circuitos interligados pela simples adição dos parâmetros das redes individuais. Em particular, usando

- os parâmetros z para a **ligação em série**
- os parâmetros y para a **ligação em paralelo**
- os parâmetros h para a **ligação em série-paralelo**
- os parâmetros g para a **ligação em paralelo-série**

Uma descrição detalhada dessas quatro interligações é apresentada por Henry Ruston e Joseph Bordogna em *Electric Networks: Functions, Filters, Analysis*, Nova York: McGraw-Hill, 1966, Capítulo 4

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

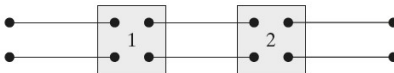
**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ligação cascata:



Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

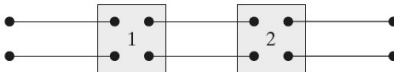
**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ligação cascata:



- A ligação em cascata é importante porque **ocorre frequentemente na modelagem de grandes sistemas**

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

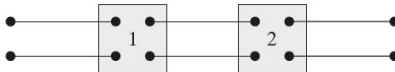
Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Ligação cascata:



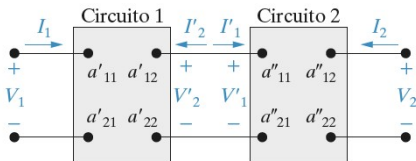
- A ligação em cascata é importante porque **ocorre frequentemente na modelagem de grandes sistemas**
- Os **parâmetros *a*** são mais adequados para analisar a ligação em cascata

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura

Ligação em cascata.



Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

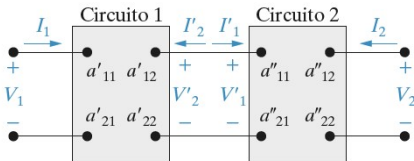
Próximas Aulas

Referências

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura Ligação em cascata.

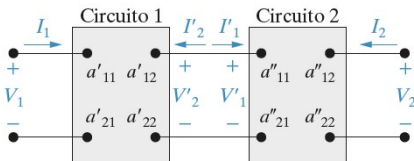


- Aspas simples denotam parâmetros a no primeiro circuito

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura Ligação em cascata.

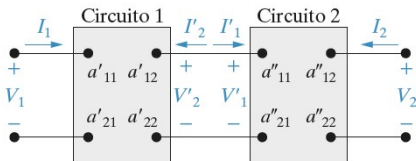


- Aspas simples denotam parâmetros a no primeiro circuito
- Aspas duplas denotam parâmetros a no segundo circuito

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura Ligação em cascata.

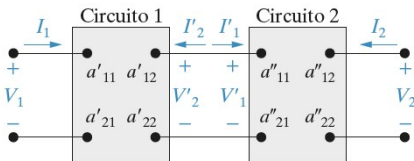


- Aspas simples denotam parâmetros a no primeiro circuito
- Aspas duplas denotam parâmetros a no segundo circuito
- Para as variáveis V e I a convenção é diferente:

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura Ligação em cascata.

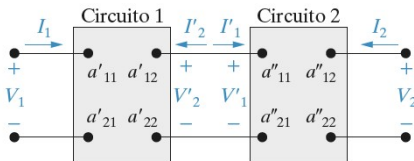


- Aspas simples denotam parâmetros a no primeiro circuito
- Aspas duplas denotam parâmetros a no segundo circuito
- Para as variáveis V e I a convenção é diferente:
 - Variáveis sem aspas são variáveis externas

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura Ligação em cascata.

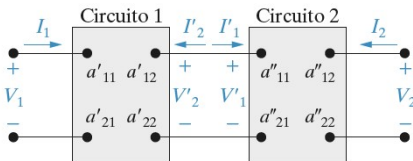


- Aspas simples denotam parâmetros a no primeiro circuito
- Aspas duplas denotam parâmetros a no segundo circuito
- Para as variáveis V e I a convenção é diferente:
 - Variáveis sem aspas são variáveis externas
 - Aspas denotam variáveis internas

Interconexão de quadripolos

Parâmetros da ligação em cascata:

Figura Ligação em cascata.



- Aspas simples denotam parâmetros a no primeiro circuito
- Aspas duplas denotam parâmetros a no segundo circuito
- Para as variáveis V e I a convenção é diferente:
 - Variáveis sem aspas são variáveis externas
 - Aspas denotam variáveis internas

Como determinar os parâmetros em cascata?

Conexão de Quadripolos em Cascata

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

- Deseja-se deduzir as equações que relacionam V_2 e I_2 com V_1 e I_1 através dos parâmetros a
- Deseja-se calcular os parâmetro do quadripolo "externo" a partir dos parâmetros dos quadripolos internos:

$$V_1 = a_{11} V_2 - a_{12} I_2$$

$$I_1 = a_{21} V_2 - a_{22} I_2$$

com a_{ij} calculados a partir de a'_{kl} e a''_{mn}

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$\begin{aligned} V_1 &= a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2 \\ I_1 &= a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2 \end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$V_1 = a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2$$
$$I_1 = a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2$$

- Ligação em cascata: $V'_2 = V'_1$ e $I'_2 = -I'_1$, portanto:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$V_1 = a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2$$
$$I_1 = a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2$$

- Ligação em cascata: $V'_2 = V'_1$ e $I'_2 = -I'_1$, portanto:

$$V_1 = a'_{11} V'_1 - a'_{12} I'_1$$
$$I_1 = a'_{21} V'_1 - a'_{22} I'_1$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$V_1 = a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2$$
$$I_1 = a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2$$

- Ligação em cascata: $V'_2 = V'_1$ e $I'_2 = -I'_1$, portanto:

$$V_1 = a'_{11} V'_1 - a'_{12} I'_1$$
$$I_1 = a'_{21} V'_1 - a'_{22} I'_1$$

- Quadripolo 2:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$\begin{aligned} V_1 &= a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2 \\ I_1 &= a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2 \end{aligned}$$

- Ligação em cascata: $V'_2 = V'_1$ e $I'_2 = -I'_1$, portanto:

$$\begin{aligned} V_1 &= a'_{11} V'_1 - a'_{12} I'_1 \\ I_1 &= a'_{21} V'_1 - a'_{22} I'_1 \end{aligned}$$

- Quadripolo 2:
$$\begin{aligned} V'_1 &= a''_{11} V_2 - a''_{12} I_2 \\ I'_1 &= a''_{21} V_2 - a''_{22} I_2 \end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$\begin{aligned} V_1 &= a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2 \\ I_1 &= a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2 \end{aligned}$$

- Ligação em cascata: $V'_2 = V'_1$ e $I'_2 = -I'_1$, portanto:

$$\begin{aligned} V_1 &= a'_{11} V'_1 - a'_{12} I'_1 \\ I_1 &= a'_{21} V'_1 - a'_{22} I'_1 \end{aligned}$$

- Quadripolo 2:
$$\begin{aligned} V'_1 &= a''_{11} V_2 - a''_{12} I_2 \\ I'_1 &= a''_{21} V_2 - a''_{22} I_2 \end{aligned}$$

- Substituindo:

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Quadripolo 1:
$$\begin{aligned}V_1 &= a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2 \\ I_1 &= a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2\end{aligned}$$

- Ligação em cascata: $V'_2 = V'_1$ e $I'_2 = -I'_1$, portanto:

$$\begin{aligned}V_1 &= a'_{11} V'_1 - a'_{12} I'_1 \\ I_1 &= a'_{21} V'_1 - a'_{22} I'_1\end{aligned}$$

- Quadripolo 2:
$$\begin{aligned}V'_1 &= a''_{11} V_2 - a''_{12} I_2 \\ I'_1 &= a''_{21} V_2 - a''_{22} I_2\end{aligned}$$

- Substituindo:

$$\begin{aligned}V_1 &= (a'_{11} a''_{11} + a'_{12} a''_{21}) V_2 - (a'_{11} a''_{12} + a'_{12} a''_{22}) I_2 \\ I_1 &= (a'_{21} a''_{11} + a'_{22} a''_{21}) V_2 - (a'_{21} a''_{12} + a'_{22} a''_{22}) I_2\end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Conexão em Cascata

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

- Conexão em Cascata

$$V_1 = (a'_{11}a''_{11} + a'_{12}a''_{21}) V_2 - (a'_{11}a''_{12} + a'_{12}a''_{22}) I_2$$
$$I_1 = (a'_{21}a''_{11} + a'_{22}a''_{21}) V_2 - (a'_{21}a''_{12} + a'_{22}a''_{22}) I_2$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros da Conexão em Cascata

- Conexão em Cascata

$$\begin{aligned}V_1 &= (a'_{11}a''_{11} + a'_{12}a''_{21}) V_2 - (a'_{11}a''_{12} + a'_{12}a''_{22}) I_2 \\I_1 &= (a'_{21}a''_{11} + a'_{22}a''_{21}) V_2 - (a'_{21}a''_{12} + a'_{22}a''_{22}) I_2\end{aligned}$$

- Portanto:

$$a_{11} = a'_{11}a''_{11} + a'_{12}a''_{21}$$

$$a_{12} = a'_{11}a''_{12} + a'_{12}a''_{22}$$

$$a_{21} = a'_{21}a''_{11} + a'_{22}a''_{21}$$

$$a_{22} = a'_{21}a''_{12} + a'_{22}a''_{22}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadrípolos com
carga

Interconexão de
quadrípolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Se mais de duas unidades forem ligadas em cascata,

Interconexão de quadripolos

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

**Interconexão de
quadripolos**

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Se mais de duas unidades forem ligadas em cascata, os parâmetros a do quadripolo equivalente podem ser **determinados pela redução sucessiva do conjunto original, um par de quadripolos de cada vez**

Exemplo

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

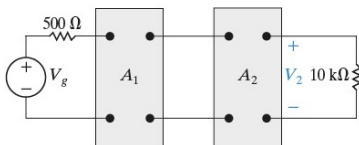
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Dois amplificadores idênticos estão ligados em cascata, como mostra a figura. Cada amplificador é descrito por seus parâmetros h . Os valores são: $h_{11} = 1 \text{ k}\Omega$, $h_{12} = 0.0015$, $h_{21} = 100$ e $h_{22} = 100 \mu\text{S}$. Determine o ganho de tensão $\frac{V_2}{V_g}$.



Exemplo

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Parâmetros a dos amplificadores:

$$a'_{11} = a''_{11} = \frac{-\delta h}{h_{21}} = \frac{0.05}{100} = 5 \times 10^{-4}$$

$$a'_{12} = a''_{12} = \frac{-h_{11}}{h_{21}} = \frac{-1000}{100} = -10 \Omega$$

$$a'_{21} = a''_{21} = \frac{-h_{22}}{h_{21}} = \frac{-100 \times 10^{-6}}{100} = 10^{-6} \text{ S}$$

$$a'_{22} = a''_{22} = \frac{-1}{h_{21}} = \frac{-1}{100} = -10^{-2}$$

Exemplo

Parâmetros a da cascata entre os 2 amplificadores:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a'_{11}a''_{11} + a'_{12}a''_{21} \\
 &= (5 \times 10^{-4})(5 \times 10^{-4}) + (-10)(-10^{-6}) = 10.25 \times 10^{-6} \\
 a_{12} &= a'_{11}a''_{12} + a'_{12}a''_{22} = (5 \times 10^{-4})(-10) + (-10)(-10^{-2}) = 0.095 \Omega \\
 a_{21} &= a'_{21}a''_{11} + a'_{22}a''_{21} \\
 &= (-10^{-6})(5 \times 10^{-4}) + (-0.01)(-10^{-6}) = 9.5 \times 10^{-9} \text{ S} \\
 a_{22} &= a'_{21}a''_{12} + a'_{22}a''_{22} = (-10^{-6})(-10) + (-10^{-2})(-10^{-2}) = 1.1 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Ganho de tensão:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_2}{V_g} &= \frac{Z_L}{(a_{11} + a_{21}Z_g)Z_L + a_{12} + a_{22}Z_g} \\
 &= \frac{10^4}{[10.25 \times 10^{-6} + 9.5 \times 10^{-9}(500)] + 0.095 + 1.1 \times 10^{-4}(500)} \\
 &= 33333,33
 \end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

Cronograma

Objetivos da Aula

Análise de quadripolos com carga

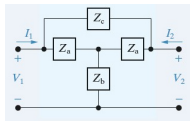
Interconexão de quadripolos

Material complementar

Próximas Aulas

Referências

Cada elemento do circuito mostrado é um resistor de $15\ \Omega$. Dois desses circuitos estão ligados em cascata, entre uma fonte de tensão contínua e uma carga resistiva. A fonte de tensão contínua tem uma tensão de saída em vazio de 100 V e uma resistência interna de $8\ \Omega$. O resistor de carga é ajustado até que seja fornecida a ele a máxima potência. Calcule:



- a** A resistência de carga
- b** A tensão da carga
- c** A potência da carga

Respostas:

- a** $14.44\ \Omega$
- b** 16 V
- c** 17.73 W

Material complementar

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

**Material
complementar**

Próximas Aulas

Referências

- Capítulo 18 (NILSSON, RIEDEL; 2016)
- Capítulo 19 (ALEXANDER, SADIKU; 2016)
- Lista de Exercícios - Módulo 3: disponível no Moodle Acadêmico

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

1 Análise de Circuitos Resistivos

- Apresentação da disciplina e dinâmica do semestre
- Conceitos fundamentais: carga elétrica, corrente, tensão, corrente, resistência, potência, energia
- Leis de Kirchhoff
- Método dos nós
- Método das malhas
- Associação série/paralelo, divisores de tensão/corrente
- Linearidade e superposição
- Thévenin e Norton
- Máxima transferência de potência
- Millmann, Rosen, transformação estrela/triângulo
- Introdução a quadripolos
- Conversão entre parâmetros, simetria e reciprocidade
- Associação de quadripolos
- [Realimentação](#)
- Teorema do elemento extra

2 Análise de Circuitos no Domínio do Tempo

Cronograma

Objetivos da
Aula

Análise de
quadripolos com
carga

Interconexão de
quadripolos

Material
complementar

Próximas Aulas

Referências

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N.O. **Fundamentos de circuitos elétricos**. Tradução: José Lucimar do Nascimento. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

NILSSON, James W; RIEDEL, Susan A. **Circuitos elétricos**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

Informações complementares:

- Acessar Sabi:

<https://sabi.ufrgs.br>

- Como acessar ebook pelo SABi:

<https://www.ufrgs.br/bibcln/como-acessar-ebooks-pelo-sabi-windows>