

Circuitos de 2ª Ordem

Carlos Eduardo Pereira
Walter Fetter Lages

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Sistemas Elétricos de Automação e Energia
ENG10001 - Circuitos Elétricos I-C

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

1 Análise de Circuitos Resistivos

2 Análise de Circuitos no Domínio do Tempo

- indutor e capacitor
- Respostas Temporais e associação série/paralelo de indutores/capacitores
- Circuitos de 1ª ordem
- Resposta natural de circuitos RL e RC
- Constante de tempo
- Funções de singularidade: degrau, impulso e rampa
- Resposta ao degrau de circuitos RL e RC
- Resposta completa de circuitos RL e RC
- **Circuitos de 2ª ordem**
- Condições iniciais e finais para fontes constantes
- Resposta natural: superamortecida, subamortecida criticamente amortecida (RLC)
- Resposta completa de circuitos RLC paralelo
- Resposta completa de circuitos RLC série
- **Circuitos de 2ª ordem gerais**
- Dualidade
- Chaveamento Sequencial
- Resposta Indefinidamente crescente
- Resposta Impulsiva
- Circuitos de ordem superior

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- 1 Formular a resposta ao degrau de circuitos de 2ª ordem genéricos
- 2 Formular a resposta completa de circuitos de 2ª ordem genéricos
- 3 Considerar outras funções forçantes

- Nem todo circuito de 2ª ordem é RLC paralelo ou série

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- Nem todo circuito de 2ª ordem é RLC paralelo ou série
- Diversas outras topologias de circuitos com 2 ou mais elementos armazenadores podem levar a circuitos de 2ª ordem

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- Nem todo circuito de 2ª ordem é RLC paralelo ou série
- Diversas outras topologias de circuitos com 2 ou mais elementos armazenadores podem levar a circuitos de 2ª ordem
- Nem todo o circuito com 2 ou mais elementos armazenadores é de 2ª ordem ou ordem superior

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

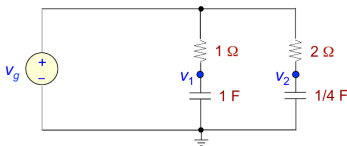
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- Nem todo circuito de 2ª ordem é RLC paralelo ou série
- Diversas outras topologias de circuitos com 2 ou mais elementos armazenadores podem levar a circuitos de 2ª ordem
- Nem todo o circuito com 2 ou mais elementos armazenadores é de 2ª ordem ou ordem superior



Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

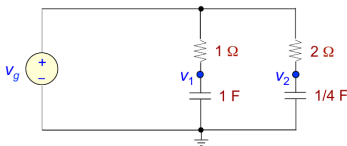
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- Nem todo circuito de 2ª ordem é RLC paralelo ou série
- Diversas outras topologias de circuitos com 2 ou mais elementos armazenadores podem levar a circuitos de 2ª ordem
- Nem todo o circuito com 2 ou mais elementos armazenadores é de 2ª ordem ou ordem superior



$$\begin{aligned}
 \frac{1}{1} \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1 - v_g}{1} &= 0 \implies \frac{dv_1}{dt} + v_1 = v_g \\
 \frac{1}{4} \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2 - v_g}{2} &= 0 \implies \frac{dv_2}{dt} + 2v_2 = 2v_g
 \end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

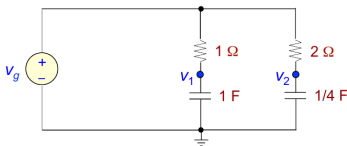
Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- Nem todo circuito de 2ª ordem é RLC paralelo ou série
- Diversas outras topologias de circuitos com 2 ou mais elementos armazenadores podem levar a circuitos de 2ª ordem
- Nem todo o circuito com 2 ou mais elementos armazenadores é de 2ª ordem ou ordem superior



$$\frac{1}{1} \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1 - v_g}{1} = 0 \implies \frac{dv_1}{dt} + v_1 = v_g$$

$$\frac{1}{4} \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2 - v_g}{2} = 0 \implies \frac{dv_2}{dt} + 2v_2 = 2v_g$$

- Duas equações diferenciais de 1ª ordem desacopladas

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

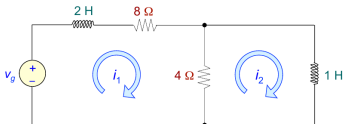
Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula



Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

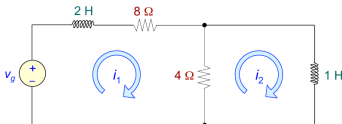
Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
 Resposta Forçada
 Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula



- Deseja-se determinar a corrente de malha i_2

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

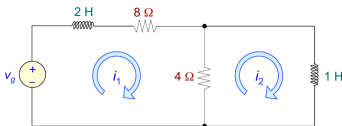
Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula



- Deseja-se determinar a corrente de malha i_2

$$2 \frac{di_1}{dt} + 8i_1 + 4(i_1 - i_2) = v_g$$

$$-4(i_1 - i_2) + 1 \frac{di_2}{dt} = 0 \implies i_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{di_2}{dt} + 4i_2 \right)$$

$$\implies \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{4} \left(\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 4 \frac{di_2}{dt} \right)$$

$$\implies \frac{2}{4} \left(\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 4 \frac{di_2}{dt} \right) + \frac{12}{4} \left(\frac{di_2}{dt} + 4i_2 \right) - 4i_2 = v_g$$

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16i_2 = 2v_g$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = f(t)$$

onde a_i são constantes reais

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

**Equações
Diferenciais de
2ª Ordem**

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = f(t)$$

onde a_i são constantes reais

- A resposta completa é a soma da resposta natural com a resposta forçada

$$x = x_n + x_f$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

**Equações
Diferenciais de
2ª Ordem**

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = f(t)$$

onde a_i são constantes reais

- A resposta completa é a soma da resposta natural com a resposta forçada

$$x = x_n + x_f$$

- x deve ter duas constantes determinadas para satisfazer as condições impostas pela energia inicial armazenada

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Equação Diferencial Genérica de 2ª Ordem

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = f(t)$$

onde a_i são constantes reais

- A resposta completa é a soma da resposta natural com a resposta forçada

$$x = x_n + x_f$$

- x deve ter duas constantes determinadas para satisfazer as condições impostas pela energia inicial armazenada

Resposta natural, x_n : resposta quando $f(x) = 0$, deve satisfazer

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} + a_1 \frac{dx_n}{dt} + a_0x_n = 0$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Equação Diferencial Genérica de 2ª Ordem

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = f(t)$$

onde a_i são constantes reais

- A resposta completa é a soma da resposta natural com a resposta forçada

$$x = x_n + x_f$$

- x deve ter duas constantes determinadas para satisfazer as condições impostas pela energia inicial armazenada

Resposta natural, x_n : resposta quando $f(x) = 0$, deve satisfazer

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} + a_1 \frac{dx_n}{dt} + a_0x_n = 0$$

Resposta forçada, x_f : resposta ao sinal forçante, deve satisfazer

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0x_f = f(t)$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Equação Diferencial Genérica de 2ª Ordem

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = f(t)$$

onde a_i são constantes reais

- A resposta completa é a soma da resposta natural com a resposta forçada

$$x = x_n + x_f$$

- x deve ter duas constantes determinadas para satisfazer as condições impostas pela energia inicial armazenada

Resposta natural, x_n : resposta quando $f(x) = 0$, deve satisfazer

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} + a_1 \frac{dx_n}{dt} + a_0x_n = 0$$

Resposta forçada, x_f : resposta ao sinal forçante, deve satisfazer

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0x_f = f(t)$$

Somando: $\frac{d^2}{dt^2}(x_n + x_f) + a_1 \frac{d}{dt}(x_n + x_f) + a_0(x_n + x_f) = f(t)$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

- A solução $x = x_n$ deve ser uma função tal que não mude de forma ao ser diferenciada

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

- A solução $x = x_n$ deve ser uma função tal que não mude de forma ao ser diferenciada
- Possível solução: $x_n = Ae^{st}$
- A e s constantes a serem determinadas

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

- A solução $x = x_n$ deve ser uma função tal que não mude de forma ao ser diferenciada
- Possível solução: $x_n = Ae^{st}$
- A e s constantes a serem determinadas
- Substituindo $x_n = Ae^{st}$ na equação homogênea:

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

- A solução $x = x_n$ deve ser uma função tal que não mude de forma ao ser diferenciada
- Possível solução: $x_n = Ae^{st}$
- A e s constantes a serem determinadas
- Substituindo $x_n = Ae^{st}$ na equação homogênea:

$$As^2e^{st} + a_1sAe^{st} + a_0Ae^{st} = 0$$

$$Ae^{st} (s^2 + a_1s + a_0) = 0$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Resposta Natural

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

- A solução $x = x_n$ deve ser uma função tal que não mude de forma ao ser diferenciada
- Possível solução: $x_n = Ae^{st}$
- A e s constantes a serem determinadas
- Substituindo $x_n = Ae^{st}$ na equação homogênea:

$$As^2e^{st} + a_1sAe^{st} + a_0Ae^{st} = 0$$

$$Ae^{st} (s^2 + a_1s + a_0) = 0$$

- $A = 0 \implies x_n = 0 \iff$ solução trivial

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta natural, x_n deve satisfazer a equação homogênea

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = 0$$

- A solução $x = x_n$ deve ser uma função tal que não mude de forma ao ser diferenciada
- Possível solução: $x_n = Ae^{st}$
- A e s constantes a serem determinadas
- Substituindo $x_n = Ae^{st}$ na equação homogênea:

$$As^2e^{st} + a_1sAe^{st} + a_0Ae^{st} = 0$$

$$Ae^{st} (s^2 + a_1s + a_0) = 0$$

- $A = 0 \implies x_n = 0 \iff$ solução trivial
- $s^2 + a_1s + a_0 = 0 \iff$ equação característica

- Equação característica

$$s^2 + a_1s + a_0 = 0$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- Equação característica

$$s^2 + a_1s + a_0 = 0$$

- Solução da equação característica

$$s = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Resposta Natural

- Equação característica

$$s^2 + a_1s + a_0 = 0$$

- Solução da equação característica

$$s = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2}$$

- Portanto há duas soluções naturais

$$x_{n1} = A_1 e^{s_1 t}$$

$$x_{n2} = A_2 e^{s_2 t}$$

A_1 e A_2 constantes a determinar

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Resposta Natural

- Equação característica

$$s^2 + a_1s + a_0 = 0$$

- Solução da equação característica

$$s = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2}$$

- Portanto há duas soluções naturais

$$x_{n1} = A_1 e^{s_1 t}$$

$$x_{n2} = A_2 e^{s_2 t}$$

A_1 e A_2 constantes a determinar

- É importante notar que a soma das duas soluções também é uma solução

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- Equação característica

$$s^2 + a_1s + a_0 = 0$$

- Solução da equação característica

$$s = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2}$$

- Portanto há duas soluções naturais

$$x_{n1} = A_1 e^{s_1 t}$$

$$x_{n2} = A_2 e^{s_2 t}$$

A_1 e A_2 constantes a determinar

- É importante notar que a soma das duas soluções também é uma solução
 - Solução geral da equação homogênea quando s_1 e s_2 são raízes distintas da equação característica

$$x_n = x_{n1} + x_{n2} = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Exemplo: Equação Homogênea

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Equação homogênea: $\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 0$

Exemplo: Equação Homogênea

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Equação homogênea: $\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 0$

Equação característica: $s^2 + 10s + 16 = 0$

Exemplo: Equação Homogênea

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Equação homogênea: $\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 0$

Equação característica: $s^2 + 10s + 16 = 0$

Raízes: $s_1 = -2$ e $s_2 = -8$

Exemplo: Equação Homogênea

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Equação homogênea: $\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 0$

Equação característica: $s^2 + 10s + 16 = 0$

Raízes: $s_1 = -2$ e $s_2 = -8$

Solução geral: $i_2 = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$

Exemplo: Equação Homogênea

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Equação homogênea: $\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 0$

Equação característica: $s^2 + 10s + 16 = 0$

Raízes: $s_1 = -2$ e $s_2 = -8$

Solução geral: $i_2 = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$

- $s_1 = -2$ e $s_2 = -8$ são denominadas frequências naturais do circuito

Exemplo: Equação Homogênea

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Equação homogênea: $\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 0$

Equação característica: $s^2 + 10s + 16 = 0$

Raízes: $s_1 = -2$ e $s_2 = -8$

Solução geral: $i_2 = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$

- $s_1 = -2$ e $s_2 = -8$ são denominadas frequências naturais do circuito
- As constantes de tempo associadas são $\tau_1 = \frac{1}{2}$ e $\tau_2 = \frac{1}{8}$

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

- ① Resposta superamortecida
 - Raízes reais e distintas

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2 Resposta subamortecida

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2 Resposta subamortecida

- Raízes complexas conjugadas: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2 Resposta subamortecida

- Raízes complexas conjugadas: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{(\alpha+j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha-j\beta)t}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2 Resposta subamortecida

- Raízes complexas conjugadas: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{(\alpha+j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha-j\beta)t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sen \theta$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2 Resposta subamortecida

- Raízes complexas conjugadas: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{(\alpha+j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha-j\beta)t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{(\alpha+j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha-j\beta)t} \\&= e^{\alpha t} (A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}) \\&= e^{\alpha t} [(A_1 (\cos(\beta t) + j \sin(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sin(\beta t))] \\&= e^{\alpha t} [(A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sin(\beta t)] \\x_n &= e^{\alpha t} (B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sin(\beta t))\end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

1 Resposta superamortecida

- Raízes reais e distintas
- $x_n = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2 Resposta subamortecida

- Raízes complexas conjugadas: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{(\alpha+j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha-j\beta)t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{(\alpha+j\beta)t} + A_2 e^{(\alpha-j\beta)t} \\&= e^{\alpha t} (A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}) \\&= e^{\alpha t} [(A_1 (\cos(\beta t) + j \sin(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sin(\beta t))] \\&= e^{\alpha t} [(A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sin(\beta t)] \\x_n &= e^{\alpha t} (B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sin(\beta t))\end{aligned}$$

$$\text{com } B_1 = A_1 + A_2 \text{ e } B_2 = j(A_1 - A_2)$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t} \\&= A_1 (\cos(\beta t) + j \sin(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sin(\beta t)) \\&= (A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sin(\beta t) \\x_n &= B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sin(\beta t)\end{aligned}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t} \\&= A_1 (\cos(\beta t) + j \sin(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sin(\beta t)) \\&= (A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sin(\beta t) \\x_n &= B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sin(\beta t)\end{aligned}$$

$$\text{com } B_1 = A_1 + A_2 \text{ e } B_2 = j(A_1 - A_2)$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\begin{aligned} x_n &= A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t} \\ &= A_1 (\cos(\beta t) + j \sin(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sin(\beta t)) \\ &= (A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sin(\beta t) \\ x_n &= B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sin(\beta t) \end{aligned}$$

$$\text{com } B_1 = A_1 + A_2 \text{ e } B_2 = j(A_1 - A_2)$$

4 Resposta com amortecimento crítico

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t} \\&= A_1 (\cos(\beta t) + j \sin(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sin(\beta t)) \\&= (A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sin(\beta t) \\x_n &= B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sin(\beta t)\end{aligned}$$

$$\text{com } B_1 = A_1 + A_2 \text{ e } B_2 = j(A_1 - A_2)$$

4 Resposta com amortecimento crítico

- Raízes reais e iguais: $s_1 = s_2 = k$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sen \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t} \\&= A_1 (\cos(\beta t) + j \sen(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sen(\beta t)) \\&= (A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sen(\beta t) \\x_n &= B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sen(\beta t)\end{aligned}$$

$$\text{com } B_1 = A_1 + A_2 \text{ e } B_2 = j(A_1 - A_2)$$

4 Resposta com amortecimento crítico

- Raízes reais e iguais: $s_1 = s_2 = k$
- $x_n = Ae^{kt} \implies$ acomoda apenas uma condição inicial

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

3 Resposta não-amortecida

- Raízes imaginárias: $s_{1,2} = \pm j\beta$
- $x_n = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$
- Usando a fórmula de Euler: $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sen \theta$

$$\begin{aligned}x_n &= A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t} \\&= A_1 (\cos(\beta t) + j \sen(\beta t)) + A_2 (\cos(\beta t) - j \sen(\beta t)) \\&= (A_1 + A_2) \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) \sen(\beta t) \\x_n &= B_1 \cos(\beta t) + B_2 \sen(\beta t)\end{aligned}$$

$$\text{com } B_1 = A_1 + A_2 \text{ e } B_2 = j(A_1 - A_2)$$

4 Resposta com amortecimento crítico

- Raízes reais e iguais: $s_1 = s_2 = k$
- $x_n = Ae^{kt} \implies$ acomoda apenas uma condição inicial
- É necessária outra solução

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

- ④ Resposta com amortecimento crítico
 - Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

- Portanto, a equação homogênea deve ser

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

- Portanto, a equação homogênea deve ser

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} - 2k \frac{dx_n}{dt} + kx_n^2 = 0$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

- Portanto, a equação homogênea deve ser

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} - 2k \frac{dx_n}{dt} + kx_n^2 = 0$$

- Supondo que a solução seja $x_n = h(t)e^{kt}$, tem-se

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

- Portanto, a equação homogênea deve ser

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} - 2k \frac{dx_n}{dt} + kx_n^2 = 0$$

- Supondo que a solução seja $x_n = h(t)e^{kt}$, tem-se

$$\frac{d}{dt} (h(t)e^{kt}) = \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + kh(t)e^{kt}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (h(t)e^{kt}) = \frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} + k \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + k \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + k^2 h(t)e^{kt}$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

- Portanto, a equação homogênea deve ser

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} - 2k \frac{dx_n}{dt} + kx_n^2 = 0$$

- Supondo que a solução seja $x_n = h(t)e^{kt}$, tem-se

$$\frac{d}{dt} (h(t)e^{kt}) = \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + kh(t)e^{kt}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (h(t)e^{kt}) = \frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} + k \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + k \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + k^2 h(t)e^{kt}$$

- Que substituídas na equação homogênea resulta

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

- Para ter raízes iguais, a equação característica deve ser

$$(s - k)^2 = s^2 - 2ks + k^2 = 0$$

- Portanto, a equação homogênea deve ser

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} - 2k \frac{dx_n}{dt} + kx_n^2 = 0$$

- Supondo que a solução seja $x_n = h(t)e^{kt}$, tem-se

$$\frac{d}{dt} (h(t)e^{kt}) = \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + kh(t)e^{kt}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (h(t)e^{kt}) = \frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} + k \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + k \frac{dh(t)}{dt} e^{kt} + k^2 h(t)e^{kt}$$

- Que substituídas na equação homogênea resulta

$$\frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} = 0 \implies \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = 0 \quad \forall t$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

$$\frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} = 0 \implies \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = 0 \quad \forall t$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

$$\frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} = 0 \implies \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = 0 \quad \forall t$$

- Essa condição é satisfeita por um polinômio de 1ª ordem em t

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

$$\frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} = 0 \implies \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = 0 \quad \forall t$$

- Essa condição é satisfeita por um polinômio de 1ª ordem em t

$$h(t) = A_1 + A_2 t$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Tipos de Resposta de 2ª Ordem

4 Resposta com amortecimento crítico

$$\frac{d^2 h(t)}{dt^2} e^{kt} = 0 \implies \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = 0 \quad \forall t$$

- Essa condição é satisfeita por um polinômio de 1ª ordem em t

$$h(t) = A_1 + A_2 t$$

- A solução geral no caso de raízes iguais é

$$x_n = (A_1 + A_2 t) e^{kt}$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

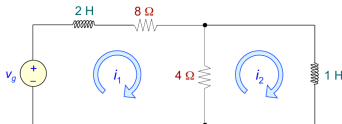
Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

- Exemplo: Determinar i_2 com $V_g = 16 \text{ V}$



Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

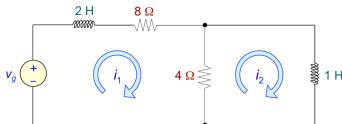
Próxima Aula

Resposta Forçada

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

- Exemplo: Determinar i_2 com $V_g = 16 \text{ V}$



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

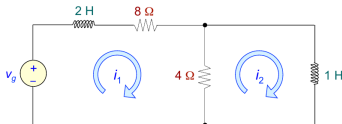
Próxima Aula

Resposta Forçada

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

- Exemplo: Determinar i_2 com $V_g = 16\text{ V}$



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

- Fazendo $i_2 = x \implies \frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16x = 32$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

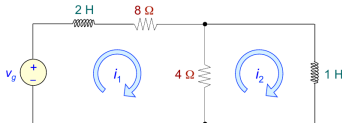
Próxima Aula

Resposta Forçada

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

- Exemplo: Determinar i_2 com $V_g = 16 \text{ V}$



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

- Fazendo $i_2 = x \implies \frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16x = 32$
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

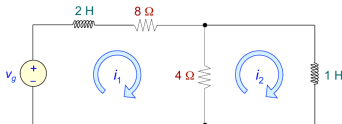
Próxima Aula

Resposta Forçada

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

- Exemplo: Determinar i_2 com $V_g = 16\text{ V}$



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

- Fazendo $i_2 = x \implies \frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16x = 32$
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A$

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + 10 \frac{dA}{dt} + 16A = 32$$

$$16A = 32 \implies x_f = A = 2$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

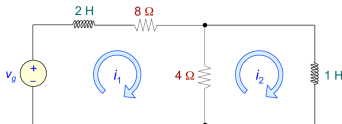
Próxima Aula

Resposta Forçada

- A resposta forçada, x_f , deve satisfazer a equação

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} + a_1 \frac{dx_f}{dt} + a_0 x_f = f(t)$$

- Exemplo: Determinar i_2 com $V_g = 16\text{ V}$



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

- Fazendo $i_2 = x \implies \frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16x = 32$
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A$

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + 10 \frac{dA}{dt} + 16A = 32$$

$$16A = 32 \implies x_f = A = 2$$

No caso de função de excitação constante, é possível obter $x_f = x(\infty)$ a partir do próprio circuito: $x_f = i_2(\infty) = \frac{16}{8} = 2$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta completa é $x = x_n + x_f$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta completa é $x = x_n + x_f$
- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta completa é $x = x_n + x_f$
- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$
- Resposta forçada: $x_f = 2$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

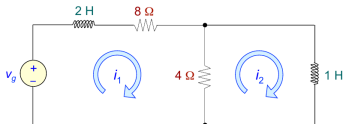
Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta completa é $x = x_n + x_f$
- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$
- Resposta forçada: $x_f = 2$
- Solução geral da resposta completa:

$$x = x_n + x_f = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t} + 2 \text{ A para } t \geq 0$$

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t)$ V



Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

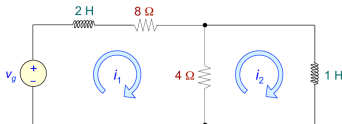
Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t)$ V



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16 x = 40 \cos(4t)$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

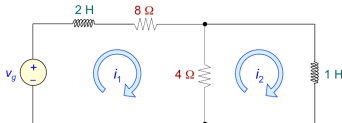
Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t)$ V



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16 x = 40 \cos(4t)$$

- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

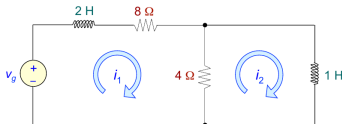
**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t)$ V



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16 x = 40 \cos(4t)$$

- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$
- Nesse caso a resposta forçada não pode ser determinada a partir de $x(\infty)$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

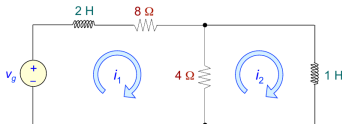
**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t) \text{ V}$



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16 x = 40 \cos(4t)$$

- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$
- Nesse caso a resposta forçada não pode ser determinada a partir de $x(\infty)$
- Sabe-se, da teoria de sistemas lineares, que a resposta em regime de um sistema linear tem a mesma forma da excitação

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

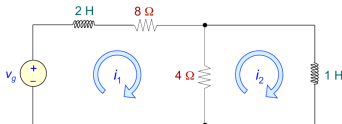
**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t)$ V



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16 i_2 = 2 v_g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16 x = 40 \cos(4t)$$

- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$
- Nesse caso a resposta forçada não pode ser determinada a partir de $x(\infty)$
- Sabe-se, da teoria de sistemas lineares, que a resposta em regime de um sistema linear tem a mesma forma da excitação
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A \cos(4t) + B \sin(4t)$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

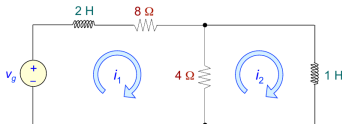
Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Determinar i_2 com $V_g = 20 \cos(4t)$ V



$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 10 \frac{di_2}{dt} + 16i_2 = 2v_g$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 16x = 40 \cos(4t)$$

- Resposta natural: $x_n = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t}$
- Nesse caso a resposta forçada não pode ser determinada a partir de $x(\infty)$
- Sabe-se, da teoria de sistemas lineares, que a resposta em regime de um sistema linear tem a mesma forma da excitação
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A \cos(4t) + B \sin(4t)$

$$\frac{dx_f}{dt} = -4A \sin(4t) + 4B \cos(4t)$$

$$\frac{d^2 x_f}{dt^2} = -16A \cos(4t) - 16B \sin(4t)$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A \cos(4t) + B \sin(4t)$

$$\frac{dx_f}{dt} = -4A \sin(4t) + 4B \cos(4t)$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = -16A \cos(4t) - 16B \sin(4t)$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Exemplo: Função Forçante não Constante

- Tentativa de resposta forçada: $x_f = A \cos(4t) + B \sin(4t)$

$$\frac{dx_f}{dt} = -4A \sin(4t) + 4B \cos(4t)$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = -16A \cos(4t) - 16B \sin(4t)$$

- Substituindo em $\frac{d^2x_f}{dt^2} + 10 \frac{dx_f}{dt} + 16x_f = 40 \cos(4t)$

$$\begin{aligned} -16A \cos(4t) - 16B \sin(4t) - 40A \sin(4t) + 40B \cos(4t) \\ + 16A \cos(4t) + 16B \sin(4t) = 40 \cos(4t) \end{aligned}$$

$$40B \cos(4t) - 40A \sin(4t) = 40 \cos(4t) \implies \begin{cases} A = 0 \\ B = 1 \end{cases}$$

$$x_f = \sin(4t)$$

$$x = x_n + x_f = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-8t} + \sin(4t)$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Funções Forçantes × Respostas

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta tem a mesma forma da função forçante

Funções Forçantes × Respostas

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta tem a mesma forma da função forçante
- A amplitude e a fase podem variar

Funções Forçantes × Respostas

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

**Função Forçante
não Constante**

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

- A resposta tem a mesma forma da função forçante
- A amplitude e a fase podem variar

$f(t)$	x_f
k	A
t	$At + B$
t^2	$At^2 + Bt + C$
e^{at}	Ae^{at}
$\sin(bt), \cos(bt)$	$A\sin(bt) + B\cos(bt)$
$e^{at}\sin(bt), e^{at}\cos(bt)$	$e^{at}[A\sin(bt) + B\cos(bt)]$

Excitação na Frequência Natural

- Suponha que a equação diferencial a ser resolvida é

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (a + b)\frac{dx}{dt} + abx = f(t)$$

com $a \neq b$ constantes e $f(t) = e^{at}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

**Excitação na
Frequência
Natural**

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- Suponha que a equação diferencial a ser resolvida é

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (a + b)\frac{dx}{dt} + abx = f(t)$$

com $a \neq b$ constantes e $f(t) = e^{at}$

- Equação característica: $s^2 - (a + b)s + ab = 0$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- Suponha que a equação diferencial a ser resolvida é

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (a + b)\frac{dx}{dt} + abx = f(t)$$

com $a \neq b$ constantes e $f(t) = e^{at}$

- Equação característica: $s^2 - (a + b)s + ab = 0$
- Raízes: $s_1 = a$ e $s_2 = b$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- Suponha que a equação diferencial a ser resolvida é

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (a + b)\frac{dx}{dt} + abx = f(t)$$

com $a \neq b$ constantes e $f(t) = e^{at}$

- Equação característica: $s^2 - (a + b)s + ab = 0$
- Raízes: $s_1 = a$ e $s_2 = b$
- Reposta natural: $x_n = A_1e^{at} + A_2e^{bt}$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- Suponha que a equação diferencial a ser resolvida é

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (a + b)\frac{dx}{dt} + abx = f(t)$$

com $a \neq b$ constantes e $f(t) = e^{at}$

- Equação característica: $s^2 - (a + b)s + ab = 0$
- Raízes: $s_1 = a$ e $s_2 = b$
- Resposta natural: $x_n = A_1e^{at} + A_2e^{bt}$
- Resposta forçada: fazer $x_f = Ae^{at}$ e determinar A para satisfazer

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} - (a + b)\frac{dx_f}{dt} + abx_f = e^{at}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (Ae^{at}) - (a + b)\frac{d}{dt} (Ae^{at}) + ab(Ae^{at}) = e^{at}$$

$$Aa^2e^{at} - Aa^2e^{at} - bAae^{at} + abAe^{at} = e^{at}$$

$$0 = e^{at} \leftarrow \text{impossível!}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- Suponha que a equação diferencial a ser resolvida é

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (a + b)\frac{dx}{dt} + abx = f(t)$$

com $a \neq b$ constantes e $f(t) = e^{at}$

- Equação característica: $s^2 - (a + b)s + ab = 0$
- Raízes: $s_1 = a$ e $s_2 = b$
- Resposta natural: $x_n = A_1e^{at} + A_2e^{bt}$
- Resposta forçada: fazer $x_f = Ae^{at}$ e determinar A para satisfazer

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} - (a + b)\frac{dx_f}{dt} + abx_f = e^{at}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (Ae^{at}) - (a + b)\frac{d}{dt} (Ae^{at}) + ab(Ae^{at}) = e^{at}$$

$$Aa^2e^{at} - Aa^2e^{at} - bAae^{at} + abAe^{at} = e^{at}$$

$$0 = e^{at} \leftarrow \text{impossível!}$$

- $x_f = Ae^{at}$ tem a mesma exponencial da resposta natural

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

**Excitação na
Frequência
Natural**

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = Ate^{at}$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural
- Tentativa de resposta forçada: $x_f = Ate^{at}$

$$\frac{dx_f}{dt} = A(at + 1)e^{at}$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = A(a^2t + 2a)e^{at}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural

- Tentativa de resposta forçada: $x_f = Ate^{at}$

$$\frac{dx_f}{dt} = A(at + 1)e^{at}$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = A(a^2t + 2a)e^{at}$$

- Substituindo na equação diferencial

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural

- Tentativa de resposta forçada: $x_f = Ate^{at}$

$$\frac{dx_f}{dt} = A(at + 1)e^{at}$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = A(a^2t + 2a)e^{at}$$

- Substituindo na equação diferencial

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} - (a + b)\frac{dx_f}{dt} + abx_f = e^{at}$$

$$A(a^2t + 2a)e^{at} - (a + b)A(at + 1)e^{at} + abAte^{at} = e^{at}$$

$$A(a - b)e^{at} = e^{at} \implies A = \frac{1}{a - b}$$

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural

- Tentativa de resposta forçada: $x_f = Ate^{at}$

$$\frac{dx_f}{dt} = A(at + 1)e^{at}$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = A(a^2t + 2a)e^{at}$$

- Substituindo na equação diferencial

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} - (a + b)\frac{dx_f}{dt} + abx_f = e^{at}$$

$$A(a^2t + 2a)e^{at} - (a + b)A(at + 1)e^{at} + abAte^{at} = e^{at}$$

$$A(a - b)e^{at} = e^{at} \implies A = \frac{1}{a - b}$$

- Solução geral da resposta completa: $x = A_1e^{at} + A_2e^{bt} + \frac{1}{a-b}te^{at}$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Excitação na Frequência Natural

- A resposta forçada não pode ter as mesmas exponenciais da resposta natural

- Tentativa de resposta forçada: $x_f = Ate^{at}$

$$\frac{dx_f}{dt} = A(at + 1)e^{at}$$

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} = A(a^2t + 2a)e^{at}$$

- Substituindo na equação diferencial

$$\frac{d^2x_f}{dt^2} - (a + b)\frac{dx_f}{dt} + abx_f = e^{at}$$

$$A(a^2t + 2a)e^{at} - (a + b)A(at + 1)e^{at} + abAte^{at} = e^{at}$$

$$A(a - b)e^{at} = e^{at} \implies A = \frac{1}{a - b}$$

- Solução geral da resposta completa: $x = A_1e^{at} + A_2e^{bt} + \frac{1}{a-b}te^{at}$
- Se uma frequência natural que existe em x_n está presente em $f(t)$, o termo correspondente em x_f deve ser multiplicado pela menor potência de t que elimina a duplicação

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Circuitos com 2 Elementos Armazenadores

Equações Diferenciais de 2ª Ordem

Resposta Natural

Resposta Forçada

Resposta Completa

Função Forçante não Constante

Excitação na Frequência Natural

Próxima Aula

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Circuitos com 2
Elementos
Armazenadores

Equações
Diferenciais de
2ª Ordem

Resposta Natural
Resposta Forçada
Resposta Completa

Função Forçante
não Constante

Excitação na
Frequência
Natural

Próxima Aula

1 Análise de Circuitos Resistivos

2 Análise de Circuitos no Domínio do Tempo

- indutor e capacitor
- Respostas Temporais e associação série/paralelo de indutores/capacitores
- Circuitos de 1ª ordem
- Resposta natural de circuitos RL e RC
- Constante de tempo
- Funções de singularidade: degrau, impulso e rampa
- Resposta ao degrau de circuitos RL e RC
- Resposta completa de circuitos RL e RC
- Circuitos de 2ª ordem
- Condições iniciais e finais para fontes constantes
- Resposta natural: superamortecida, subamortecida criticamente amortecida (RLC)
- Resposta completa de circuitos RLC paralelo
- Resposta completa de circuitos RLC série
- Circuitos de 2ª ordem gerais
- Dualidade
- Chaveamento Sequencial
- Resposta Indefinidamente crescente
- Resposta Impulsiva
- Circuitos de ordem superior