

Princípio da Linearidade e Superposição de Efeitos

Bibiana Maitê Petry Ferraz
Carlos Eduardo Pereira
Walter Fetter Lages

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Sistemas Elétricos de Automação e Energia
ENG10001 - Circuitos Elétricos I-C

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

Material complementar

Próxima Aula

Referências

1 Análise de Circuitos Resistivos

- Apresentação da disciplina e dinâmica do semestre
- Conceitos fundamentais: carga elétrica, corrente, tensão, corrente, resistência, potência, energia
- Leis de Kirchhoff
- Método dos nós
- Método das malhas
- Associação série/paralelo, divisores de tensão/corrente
- **Linearidade e superposição**
- Thévenin e Norton
- Máxima transferência de potência
- Millmann, Rosen, transformação estrela/triângulo
- Reciprocidade e quadripolos
- Parametrização de quadripolos e transformações entre quadripolos
- Associação de quadripolos
- Realimentação
- Teorema do elemento extra

2 Análise de Circuitos no Domínio do Tempo

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

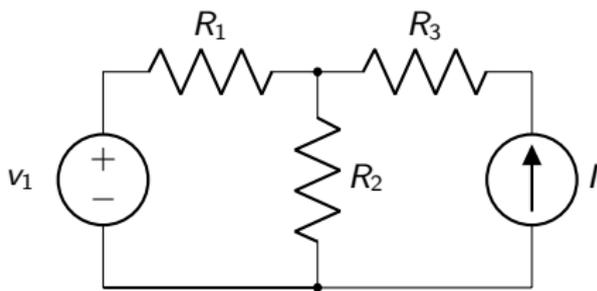
Material complementar

Próxima Aula

Referências

- 1 Conceituar a propriedade de linearidade
- 2 Apresentar o princípio da superposição
- 3 Exemplificar aplicações

Como analisar um circuito elétrico?



Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

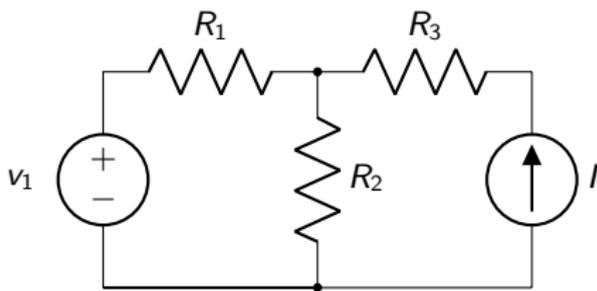
Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

Como analisar um circuito elétrico?



- Lei de Ohm e Leis de Kirchoff (tensão e corrente)

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

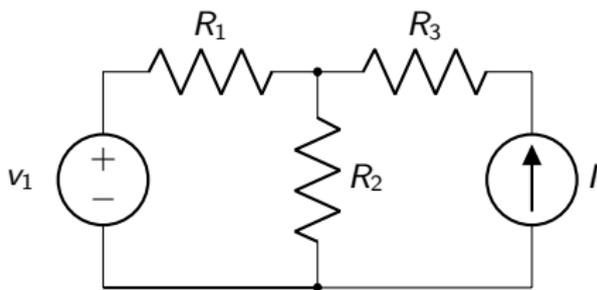
Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

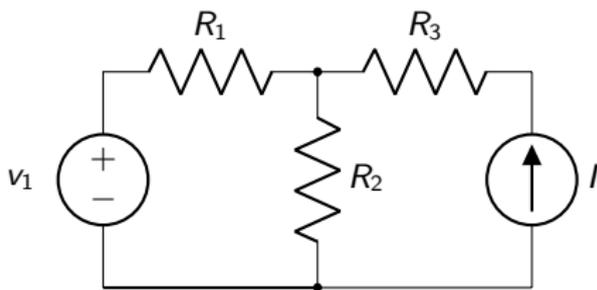
Referências

Como analisar um circuito elétrico?



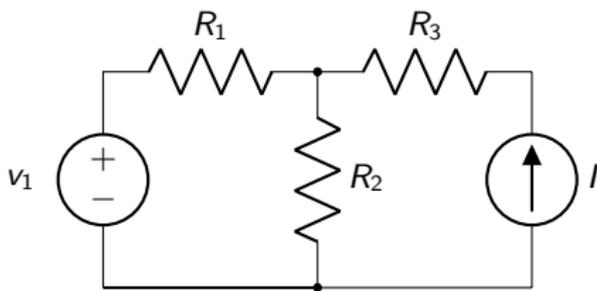
- Lei de Ohm e Leis de Kirchoff (tensão e corrente)
- Método das correntes de malha

Como analisar um circuito elétrico?



- Lei de Ohm e Leis de Kirchoff (tensão e corrente)
- Método das correntes de malha
- Método das tensões de nó

Como analisar um circuito elétrico?



- Lei de Ohm e Leis de Kirchoff (tensão e corrente)
- Método das correntes de malha
- Método das tensões de nó

E se o número de elementos desse circuito for **aumentado**?

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

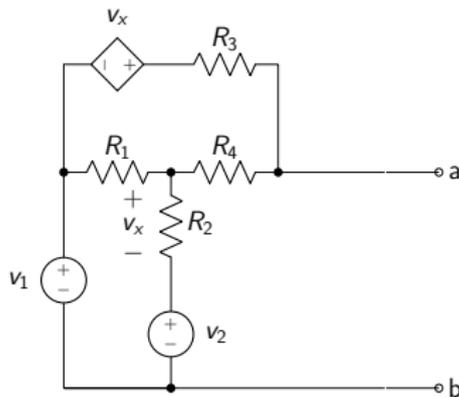
Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

- Analisar circuitos elétricos complexos pode ser uma tarefa muito trabalhosa
- Como melhorar essa situação?



Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

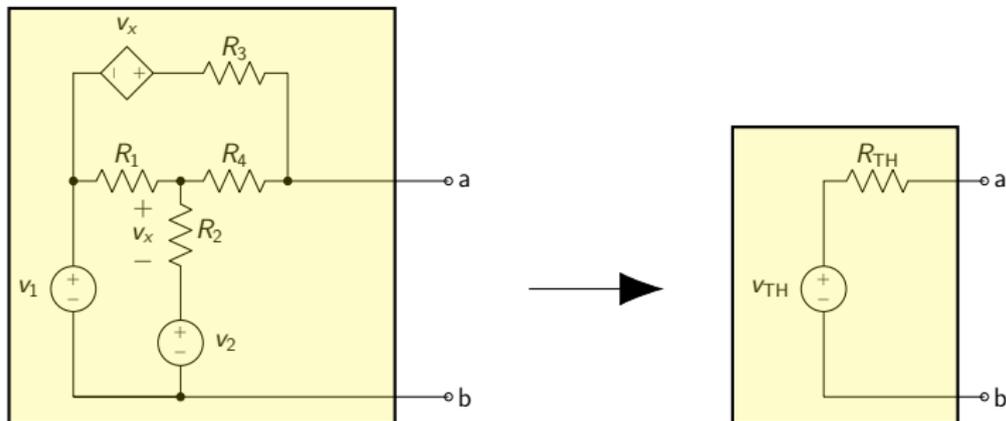
Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

- Analisar circuitos elétricos complexos pode ser uma tarefa muito trabalhosa
- Como melhorar essa situação? **Simplificação de circuitos!**



Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

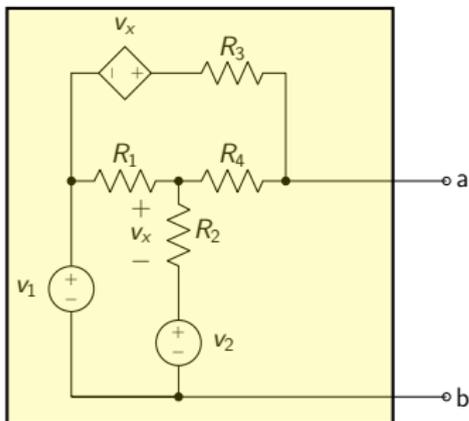
Atividade proposta

Material complementar

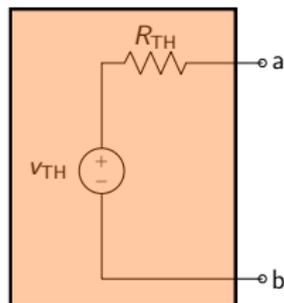
Próxima Aula

Referências

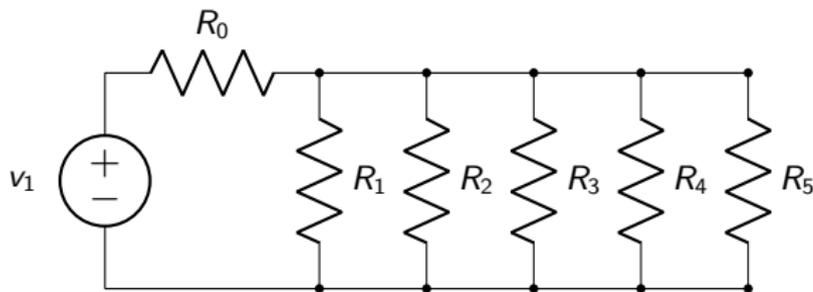
- Analisar circuitos elétricos complexos pode ser uma tarefa muito trabalhosa
- Como melhorar essa situação? **Simplificação de circuitos!**



Como simplificar um circuito elétrico?



Exemplo do cotidiano:



Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

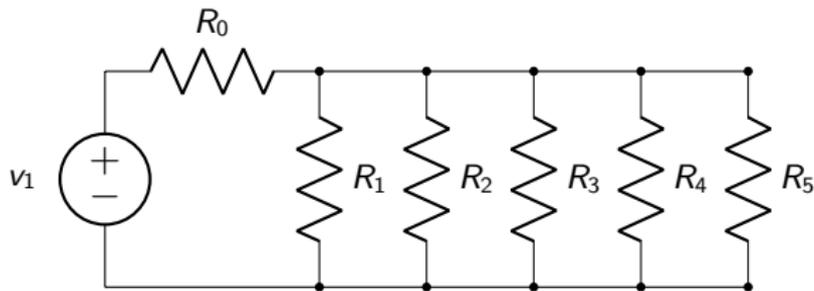
Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

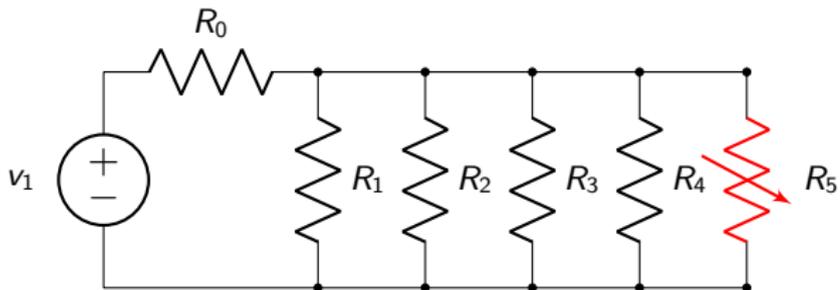
Referências

Exemplo do cotidiano:



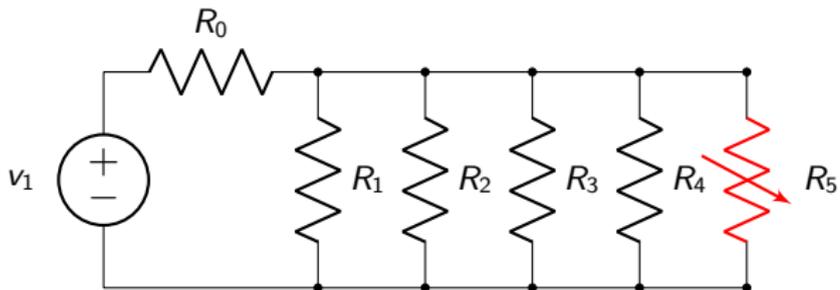
- Cronograma
- Objetivos da Aula
- Introdução**
- Propriedade de Linearidade
- Superposição
- Atividade proposta
- Material complementar
- Próxima Aula
- Referências

Exemplo do cotidiano:



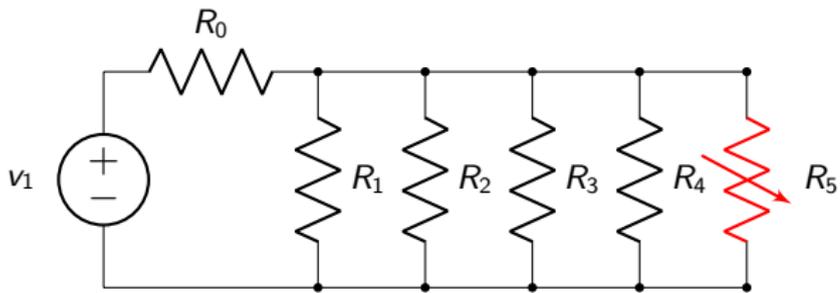
O que acontece com o circuito?

Exemplo do cotidiano:



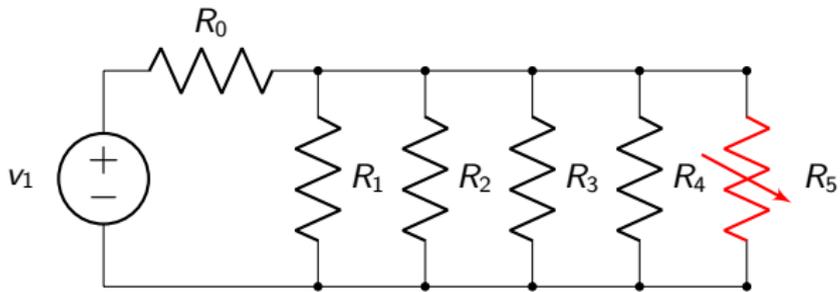
O que acontece com o circuito?

Exemplo do cotidiano:



- Geralmente um elemento particular do circuito é **variável** (denominado carga), enquanto os outros elementos são fixos

Exemplo do cotidiano:



- Geralmente um elemento particular do circuito é **variável** (denominado carga), enquanto os outros elementos são fixos
- Em uma tomada podem ser conectados diferentes aparelhos, constituindo uma **carga variável**

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

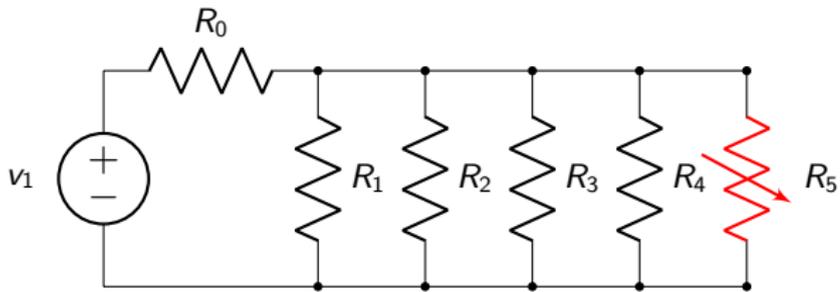
Atividade proposta

Material complementar

Próxima Aula

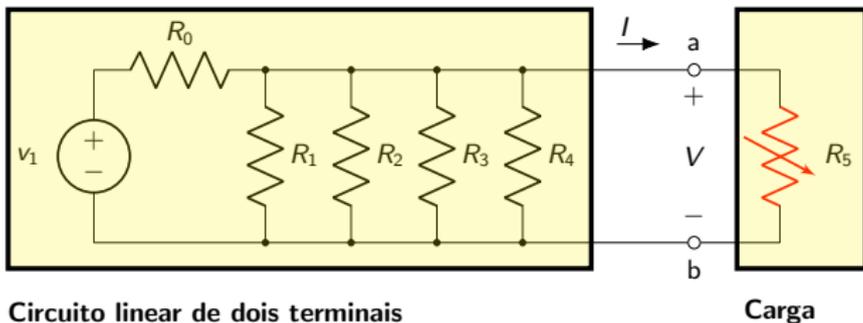
Referências

Exemplo do cotidiano:



- Geralmente um elemento particular do circuito é **variável** (denominado carga), enquanto os outros elementos são fixos
- Em uma tomada podem ser conectados diferentes aparelhos, constituindo uma **carga variável**
- A cada momento em que o elemento variável é mudado, todo o circuito deve ser analisado novamente. **Como evitar esse problema?**

Aplicar uma técnica para que a parte fixa do circuito seja substituída por um circuito equivalente:



Circuito linear de dois terminais

Carga

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

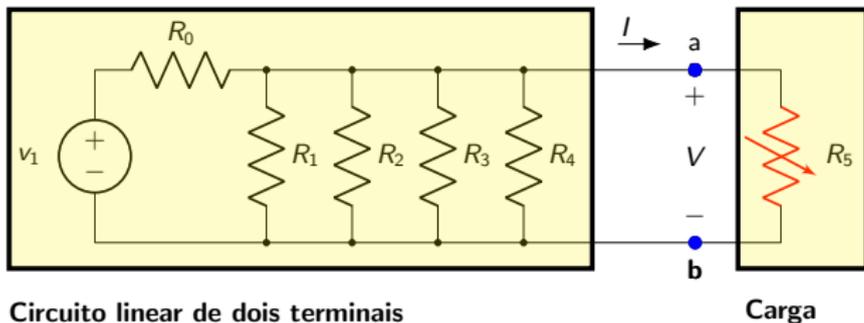
Atividade proposta

Material complementar

Próxima Aula

Referências

Aplicar uma técnica para que a parte fixa do circuito seja substituída por um circuito equivalente:

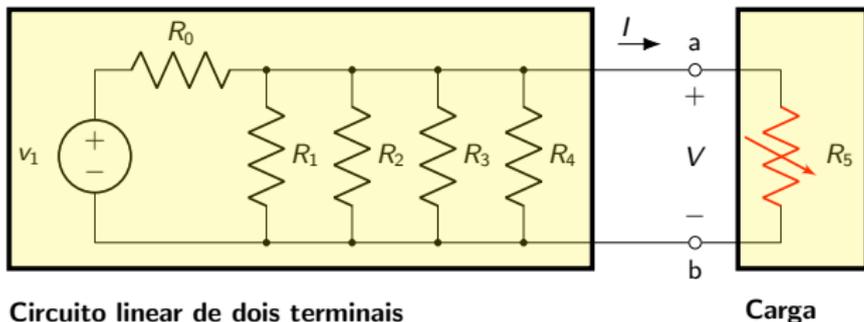


Circuito linear de dois terminais

Carga

- Circuitos equivalentes de Thévenin e Norton são circuitos simplificados que apresentam o mesmo comportamento que o circuito original do ponto de vista de um **par específico de terminais**

Aplicar uma técnica para que a parte fixa do circuito seja substituída por um circuito equivalente:



Circuito linear de dois terminais

Carga

- Circuitos equivalentes de Thévenin e Norton são circuitos simplificados que apresentam o mesmo comportamento que o circuito original do ponto de vista de um **par específico de terminais**
- Os teoremas de Thévenin e Norton podem ser usados para representar qualquer circuito composto por **elementos lineares**

Como saber se o circuito é linear?

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

**Propriedade de
Linearidade**

Superposição

Atividade
proposta

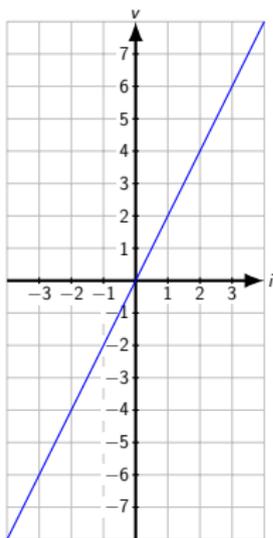
Material
complementar

Próxima Aula

Referências

Como saber se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



$$v = iR$$

- **Homogeneidade** (*escalonamento* ou *proporcionalidade*)
- **Aditividade**

$$f(a_1x_1 + a_2x_2) = a_1f(x_1) + a_2f(x_2)$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

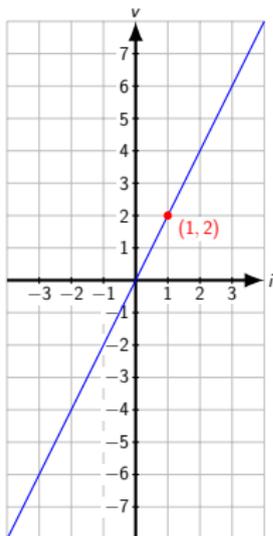
Material complementar

Próxima Aula

Referências

Como sabemos se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



- **Homogeneidade** (*escalonamento ou proporcionalidade*)

Escalonar a entrada por a escalona a saída por a :

$$f(ax) = af(x)$$

Ex. Para resistor de 2 ohms, se $i = 1$ A, então:

$$v = iR$$

$$v = 1 \cdot 2 = 2$$

Se $i = 2$ A:

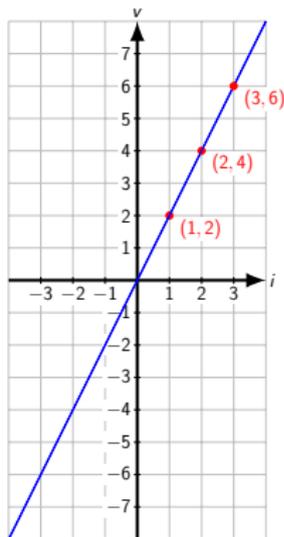
$$v = 2 \cdot 2 = 4$$

Se $i = 3$ A:

$$v = 3 \cdot 2 = 6$$

Como sabemos se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



- **Homogeneidade** (*escalonamento ou proporcionalidade*)

Escalonar a entrada por a escalona a saída por a :

$$f(ax) = af(x)$$

Ex. Para resistor de 2 ohms, se $i = 1$ A, então:

$$v = iR$$

$$v = 1 \cdot 2 = 2$$

Se $i = 2$ A:

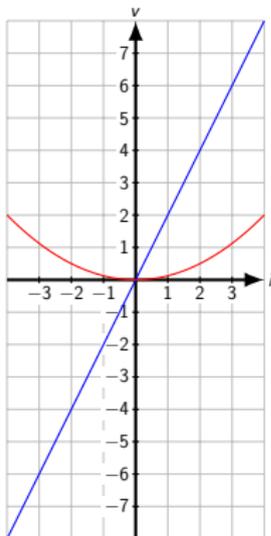
$$v = 2 \cdot 2 = 4$$

Se $i = 3$ A:

$$v = 3 \cdot 2 = 6$$

Como sabemos se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



- **Homogeneidade** (*escalonamento* ou *proporcionalidade*)

$$y = 2x$$

Função linear: o fator de escala a independe de x

$$y = \frac{x^2}{16}$$

Função não-linear: o fator de escala não é o mesmo para todos os valores de x , pois depende do valor de x

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

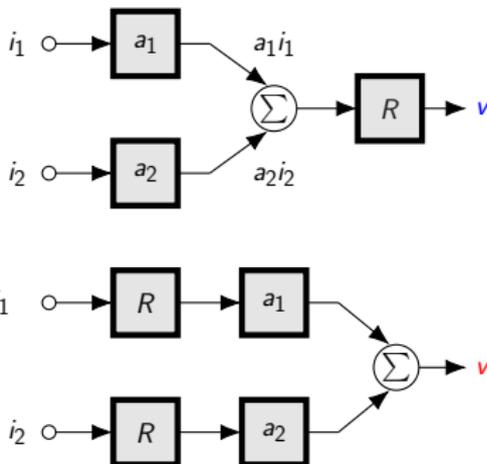
Material complementar

Próxima Aula

Referências

Como sabemos se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



- **Homogeneidade** (*escalonamento ou proporcionalidade*)

- **Aditividade** ao adicionar duas entradas produzimos a mesma saída obtida ao aplicar cada entrada individualmente e, adicionar as duas saídas separadas

Usando a relação tensão-corrente para um resistor:

$$v = Ri$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

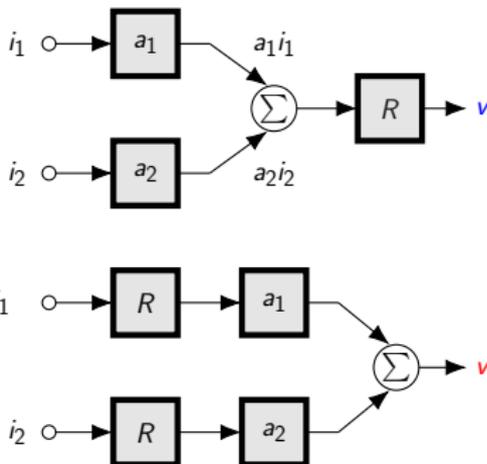
Material complementar

Próxima Aula

Referências

Como sabemos se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



- **Homogeneidade** (*escalonamento ou proporcionalidade*)

- **Aditividade** ao adicionar duas entradas produzimos a mesma saída obtida ao aplicar cada entrada individualmente e, adicionar as duas saídas separadas

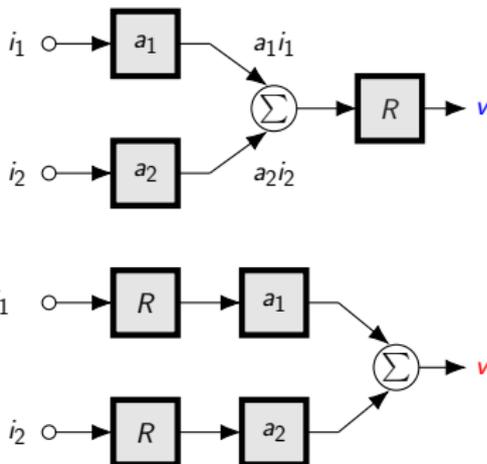
Usando a relação tensão-corrente para um resistor:

$$v = Ri$$

$$v = R(i_1 + i_2)$$

Como sabemos se o circuito é linear?

O comportamento dos elementos deve apresentar as seguintes propriedades:



- **Homogeneidade** (*escalonamento ou proporcionalidade*)
- **Aditividade** ao adicionar duas entradas produzimos a mesma saída obtida ao aplicar cada entrada individualmente e, adicionar as duas saídas separadas

Usando a relação tensão-corrente para um resistor:

$$v = Ri$$

$$v = R(i_1 + i_2)$$

$$v = i_1R + i_2R$$

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

Material complementar

Próxima Aula

Referências

Princípio da superposição: num circuito com elementos lineares, o efeito total de várias fontes independentes atuando conjuntamente pode ser calculado pela soma dos efeitos individuais de cada fonte independente atuando sozinha.

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

Material complementar

Próxima Aula

Referências

Princípio da superposição: num circuito com elementos lineares, o efeito total de várias fontes independentes atuando conjuntamente pode ser calculado pela soma dos efeitos individuais de cada fonte independente atuando sozinha.

Aplicação

- 1 **Desligue** todas as fontes independentes, exceto uma. **Calcule** a saída (tensão ou corrente) devido àquela fonte ativa usando a análise nodal ou de malha

Cronograma

Objetivos da Aula

Introdução

Propriedade de Linearidade

Superposição

Atividade proposta

Material complementar

Próxima Aula

Referências

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

Princípio da superposição: num circuito com elementos lineares, o efeito total de várias fontes independentes atuando conjuntamente pode ser calculado pela soma dos efeitos individuais de cada fonte independente atuando sozinha.

Aplicação

- 1 **Desligue** todas as fontes independentes, exceto uma. **Calcule** a saída (tensão ou corrente) devido àquela fonte ativa usando a análise nodal ou de malha
- 2 **Repita** o passo 1 para cada fonte independente

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

Princípio da superposição: num circuito com elementos lineares, o efeito total de várias fontes independentes atuando conjuntamente pode ser calculado pela soma dos efeitos individuais de cada fonte independente atuando sozinha.

Aplicação

- 1 **Desligue** todas as fontes independentes, exceto uma. **Calcule** a saída (tensão ou corrente) devido àquela fonte ativa usando a análise nodal ou de malha
- 2 **Repita** o passo 1 para cada fonte independente
- 3 **Calcule** a contribuição total somando algebricamente todas as contribuições de cada uma das fontes independentes

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

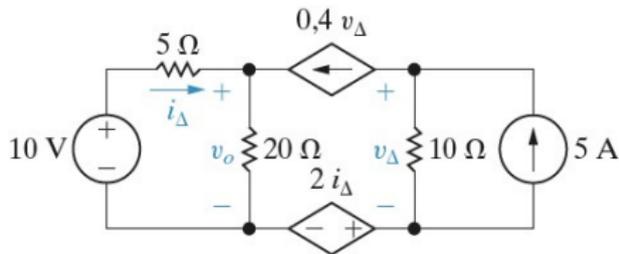
Princípio da superposição: num circuito com elementos lineares, o efeito total de várias fontes independentes atuando conjuntamente pode ser calculado pela soma dos efeitos individuais de cada fonte independente atuando sozinha.

Aplicação

- 1 **Desligue** todas as fontes independentes, exceto uma. **Calcule** a saída (tensão ou corrente) devido àquela fonte ativa usando a análise nodal ou de malha
- 2 **Repita** o passo 1 para cada fonte independente
- 3 **Calcule** a contribuição total somando algebricamente todas as contribuições de cada uma das fontes independentes

Obs.: fontes dependentes são deixadas intactas, pois elas são controladas por variáveis do circuito.

Exemplo: Utilize o princípio da superposição para calcular v_o :



- Cronograma
- Objetivos da Aula
- Introdução
- Propriedade de Linearidade
- Superposição**
- Atividade proposta
- Material complementar
- Próxima Aula
- Referências



Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

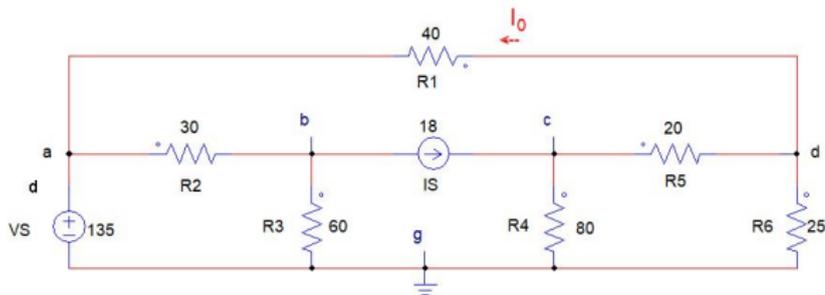
Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

Use o princípio da superposição para determinar I_0 (corrente que passa pelo resistor R_1)



Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

Atividade
proposta

**Material
complementar**

Próxima Aula

Referências

- Seções 4.1, 4.2 e 4.3 (ALEXANDER; SADIKU, 2013)
- Seções 5.1 e 5.2 (IRWIN, 2019)

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

1 Análise de Circuitos Resistivos

- Apresentação da disciplina e dinâmica do semestre
- Conceitos fundamentais: carga elétrica, corrente, tensão, corrente, resistência, potência, energia
- Leis de Kirchhoff
- Método dos nós
- Método das malhas
- Associação série/paralelo, divisores de tensão/corrente
- Linearidade e superposição
- **Thévenin e Norton**
- Máxima transferência de potência
- Millmann, Rosen, transformação estrela/triângulo
- Reciprocidade e quadripolos
- Parametrização de quadripolos e transformações entre quadripolos
- Associação de quadripolos
- Realimentação
- Teorema do elemento extra

2 Análise de Circuitos no Domínio do Tempo

Cronograma

Objetivos da
Aula

Introdução

Propriedade de
Linearidade

Superposição

Atividade
proposta

Material
complementar

Próxima Aula

Referências

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N.O. **Fundamentos de circuitos elétricos**. Tradução: José Lucimar do Nascimento. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. **Análise básica de circuitos para engenharia**. 10 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

NILSSON, James W; RIEDEL, Susan A. **Circuitos elétricos**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

Informações complementares:

- Acessar Sabi:

<https://sabi.ufrgs.br>

- Como acessar ebook pelo SABI:

<https://www.ufrgs.br/bibcln/como-acessar-ebooks-pelo-sabi-windows>