Resposta Completa de Circuitos de 1ª Ordem e Funções de Singularidade

Bibiana Maitê Petry Ferraz
Carlos Eduardo Pereira
Walter Fetter Lages

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Sistemas Elétricos de Automação e Energia
ENG10001 - Circuitos Elétricos I-C

Cronograma

1. Análise de Circuitos Resistivos
2. Análise de Circuitos no Domínio do Tempo
   - indutor e capacitor
   - Respostas Temporais e associação série/paralelo de indutores/capacitores
   - Circuitos de 1ª ordem
   - Resposta natural de circuitos RL e RC
   - Constante de tempo
   - Funções de singularidade: degrau, impulso e rampa
   - Resposta ao degrau de circuitos RL e RC
   - Resposta completa de circuitos RL e RC
   - Circuitos de 2ª ordem
   - Condições iniciais e finais para fontes constantes
   - Resposta natural: superamortecida, subamortecida criticamente amortecida (RLC)
   - Resposta completa de circuitos RLC paralelo
   - Resposta completa de circuitos RLC série
   - Dualidade
   - Chaveamento Sequencial
   - Resposta Indefinidamente crescente
   - Resposta Impulsiva
   - Circuitos de ordem superior

Objetivos da aula

1. Calcular a resposta ao degrau de circuitos de 1ª ordem
2. Conceituar funções singulares
3. Definir transiente e regime permanente
4. Formalizar a resposta completa de circuitos de 1ª ordem

A análise de circuitos RL e RC será dividida em três fases:

1. **Resposta natural do circuito** (*última aula*)
2. Resposta do circuito a um degrau (*aula de hoje*)
3. Resposta do circuito a qualquer variação abrupta (*aula de hoje*)

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:
     - Supõe que a energia esteja armazenada inicialmente no elemento capacitivo ou indutivo

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:
     - Supõe que a energia esteja armazenada inicialmente no elemento capacitivo ou indutivo
     - A energia faz a corrente fluir no circuito e será gradualmente dissipada nos resistores

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:
     - Supõe que a energia esteja armazenada inicialmente no elemento capacitivo ou indutivo
     - A energia faz a corrente fluir no circuito e será gradualmente dissipada nos resistores
     - Embora os circuitos sem fonte sejam, por definição, livres de fontes independentes, eles podem, eventualmente, ter fontes dependentes

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:
     - Supõe que a energia esteja armazenada inicialmente no elemento capacitivo ou indutivo
     - A energia faz a corrente fluir no circuito e será gradualmente dissipada nos resistores
     - Embora os circuitos sem fonte sejam, por definição, livres de fontes independentes, eles podem, eventualmente, ter fontes dependentes
     - Originam a resposta natural do circuito

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:
     - Supõe que a energia esteja armazenada inicialmente no elemento capacitivo ou indutivo
     - A energia faz a corrente fluir no circuito e será gradualmente dissipada nos resistores
     - Embora os circuitos sem fonte sejam, por definição, livres de fontes independentes, eles podem, eventualmente, ter fontes dependentes
     - Originam a resposta natural do circuito
  2. Circuitos com fonte: através de **fontes independentes**

Introdução

- Além da existência de dois tipos de circuitos de primeira ordem (RC e RL), existem duas maneiras de excitá-los:
  1. Circuitos sem fonte: pelas **condições iniciais dos elementos de armazenamento nos circuitos**:
     - Supõe que a energia esteja armazenada inicialmente no elemento capacitivo ou indutivo
     - A energia faz a corrente fluir no circuito e será gradualmente dissipada nos resistores
     - Embora os circuitos sem fonte sejam, por definição, livres de fontes independentes, eles podem, eventualmente, ter fontes dependentes
     - Originam a resposta natural do circuito
  2. Circuitos com fonte: através de **fontes independentes**
     - originam a resposta forçada do circuito

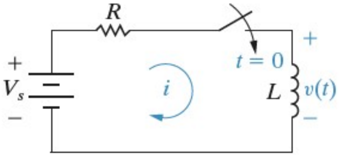
- A resposta natural é obtida quando não há nenhuma fonte independente
- Ela apresenta a forma geral

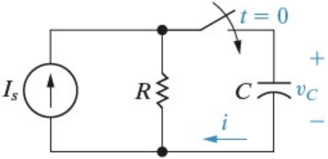
$$x(t) = x(0)e^{-t/\tau}$$

  onde x representa a corrente (ou tensão) através de um resistor, capacitor ou indutor e $x(0)$ é o valor inicial de x
- A constante de tempo τ é o tempo necessário para uma resposta de decaimento para $1/e$ do seu valor inicial
- Para circuitos RC, $\tau = RC$
- Para circuitos RL, $\tau = L/R$

Escopo da aula

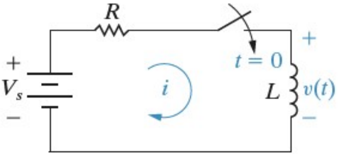
O que acontece em circuitos RL e RC quando lhes são aplicadas repentinamente fontes de tensão ou corrente cc?

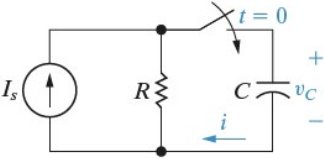




Escopo da aula

O que acontece em circuitos RL e RC quando lhes são aplicadas repentinamente fontes de tensão ou corrente cc?





A resposta de um circuito à **aplicação repentina de uma fonte de tensão ou corrente constante** é denominada resposta a um degrau

Resposta ao degrau

Resposta ao degrau

A resposta de um circuito à aplicação repentina de uma fonte de tensão ou corrente constante

Resposta ao degrau

Resposta ao degrau

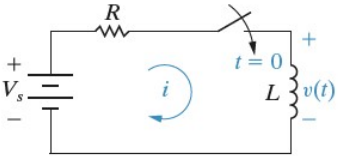
A resposta de um circuito à aplicação repentina de uma fonte de tensão ou corrente constante

Ao analisar essa resposta, mostra-se **como o circuito responde quando a energia está sendo armazenada no indutor ou capacitor**

- A energia armazenada no indutor no instante em que a chave fecha é dada em termos de uma **corrente inicial diferente de zero** $i(0)$

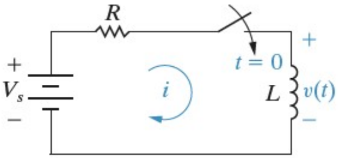
Resposta ao degrau de um circuito RL

- A energia armazenada no indutor no instante em que a chave fecha é dada em termos de uma **corrente inicial diferente de zero** $i(0)$
- A tarefa é **determinar** as expressões para a **corrente** no circuito e para a **tensão** nos terminais do indutor após o fechamento da chave



Resposta ao degrau de um circuito RL

- A energia armazenada no indutor no instante em que a chave fecha é dada em termos de uma **corrente inicial diferente de zero** $i(0)$
- A tarefa é **determinar** as expressões para a **corrente** no circuito e para a **tensão** nos terminais do indutor após o fechamento da chave



$$-V_s + Ri + v = 0$$

$$V_s = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}\left(i - \frac{V_s}{R}\right)$$

Resposta ao degrau de um circuito RL

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}\left(i - \frac{V_s}{R}\right)$$

$$\frac{di}{\left(i - \frac{V_s}{R}\right)} = -\frac{R}{L}dt$$

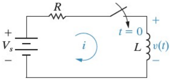
$$\int_{I_O}^{i(t)} \frac{di}{\left(i - \frac{V_s}{R}\right)} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

$$\left[\ln\left(i - \frac{V_s}{R}\right)\right]_{I_0}^{i(t)} = -\frac{R}{L}\left[t\right]_0^t$$

$$\ln\left(\frac{i(t) - \frac{V_s}{R}}{I_0 - \frac{V_s}{R}}\right) = -\frac{R}{L}t$$

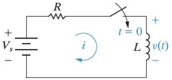
$$i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t) = i(\infty) + \left(I_0 - i(\infty)\right)e^{-\frac{R}{L}t}$$



Resposta a um degrau de um circuito RL

Resposta ao degrau de um circuito RL

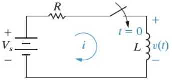


Resposta a um degrau de um circuito RL

1. Determine a corrente inicial, $I(0)$, que passa pelo indutor em $t = 0$:

$$i(0^-) = i(0^+) = I_0$$

Resposta ao degrau de um circuito RL



Resposta a um degrau de um circuito RL

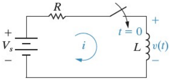
1. Determine a corrente inicial, $I(0)$, que passa pelo indutor em $t = 0$:

$$i(0^-) = i(0^+) = I_0$$

2. Determine a corrente final, $i(\infty)$, que passa pelo indutor

$$i(\infty) = \frac{V_s}{R}$$

Resposta ao degrau de um circuito RL



Resposta a um degrau de um circuito RL

1. Determine a corrente inicial, $I(0)$, que passa pelo indutor em $t = 0$:

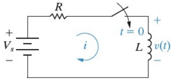
$$i(0^-) = i(0^+) = I_0$$

2. Determine a corrente final, $i(\infty)$, que passa pelo indutor

$$i(\infty) = \frac{V_s}{R}$$

3. Calcule a constante de tempo τ:

$$\tau = \frac{L}{R}$$



Resposta a um degrau de um circuito RL

1. Determine a corrente inicial, $I(0)$, que passa pelo indutor em $t = 0$:

$$i(0^-) = i(0^+) = I_0$$

2. Determine a corrente final, $i(\infty)$, que passa pelo indutor

$$i(\infty) = \frac{V_s}{R}$$

3. Calcule a constante de tempo τ:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

4. Expresse a $i(t)$ para $t > 0$:

$$i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right) e^{-(R/L)t} \text{ ou } i(t) = i(\infty) + [I_0 - i(\infty)]\, e^{-t/\tau}$$

Observe que quando $I_0 = 0$, tem-se:

Figura 7.17 Resposta a um degrau do circuito *RL* mostrado na Figura 7.16 quando $I_0 = 0$.

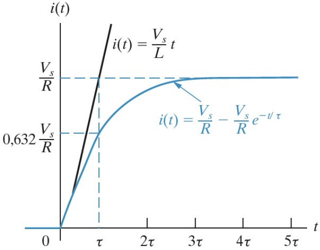
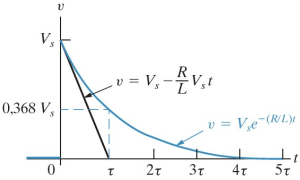


Figura 7.18 Tensão no indutor *versus* tempo.



A chave do circuito mostrado na Figura 7.19 esteve na posição *a* por um longo tempo. Em $t = 0$, ela passa da posição *a* para a posição *b*. A chave é do tipo liga--antes-interrompe-depois; isto é, a ligação na posição *b* é estabelecida antes de a ligação na posição *a* ser interrompida, o que evita a interrupção da corrente no indutor.

a) Determine a expressão de $i(t)$ para $t \geq 0$.

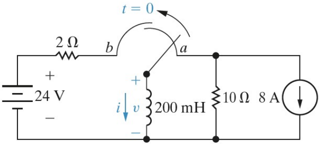
b) Qual é a tensão inicial no indutor imediatamente após a chave ter passado para a posição *b*?

c) Quantos milissegundos após a chave ter mudado de posição a tensão nos terminais do indutor atinge 24 V?

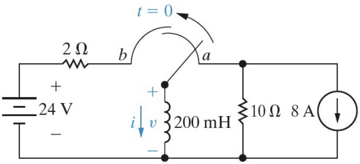
d) Essa tensão inicial faz sentido em termos do comportamento do circuito?

e) Faça um gráfico de $i(t)$ e $v(t)$ em função de *t*.

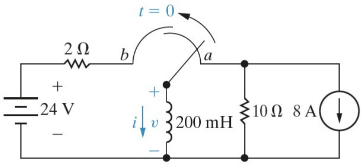
Figura 7.19 Circuito para o Exemplo 7.5.



Exemplo numérico



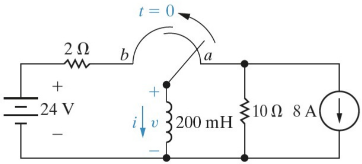
a) $i(t)$ para $t \geq 0$



a) $i(t)$ para $t \geq 0$

$$\text{chave em } a \text{ por longo tempo} \implies \text{indutor é um curto}$$
$$\implies I_0 = -8\,\text{A}$$

Exemplo numérico



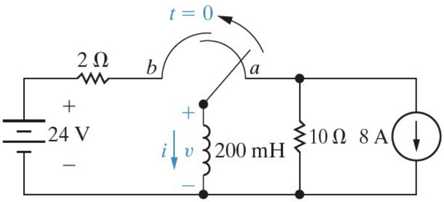
a) $i(t)$ para $t \geq 0$

$$\text{chave em } a \text{ por longo tempo} \implies \text{indutor é um curto}$$
$$\implies I_0 = -8\,\text{A}$$

$$\text{chave passa para } b\text{: } I(\infty) = \frac{24}{2} = 12\,\text{A}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.2}{2} = 100\,\text{ms}$$

$$i(t) = I(\infty) + \left(I_0 - I(\infty)\right) e^{-\frac{t}{\tau}} = 12 - 20e^{-10t}\ \text{A}$$

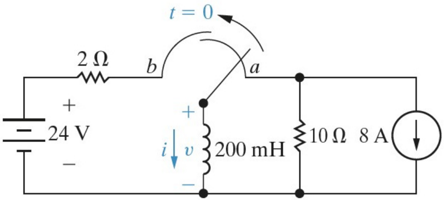


- **b** Tensão inicial no indutor imediatamente após a chave passar para b

$$v_L(t) = L\frac{di}{dt} = 0.2\frac{d\left(12 - 20e^{-10t}\right)}{dt} = 40e^{-10t}$$

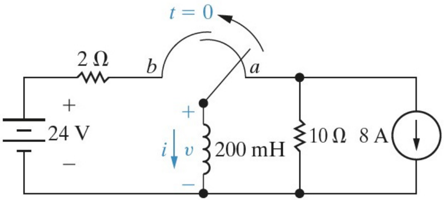
$$v_L(0^+) = 40\,\text{V}$$

Exemplo numérico



- Quantos milisegundos após a chave ter passado para *b* a tensão o indutor atinge 24 V?

Exemplo numérico



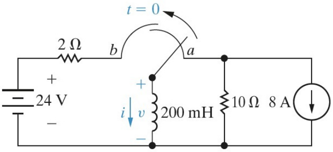
- Quantos milisegundos após a chave ter passado para b a tensão o indutor atinge 24 V?

$$v_L(t) = 40e^{-10t} \implies 24 = 40e^{-10t}$$

$$t = -\frac{1}{10}\ln\frac{24}{40} \approx 51.08\,\text{ms}$$

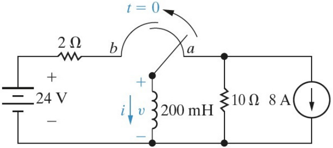
- Essa tensão inicial faz sentido? Sim. Em $t = 0$ a corrente no indutor é 8 A para cima, o que faz com que a tensão sobre o resistor seja 16 V, com o positivo na direita. A tensão no indutor é a soma da tensão da fonte com a tensão sobre o resistor, que dá 40 V.

Exemplo numérico

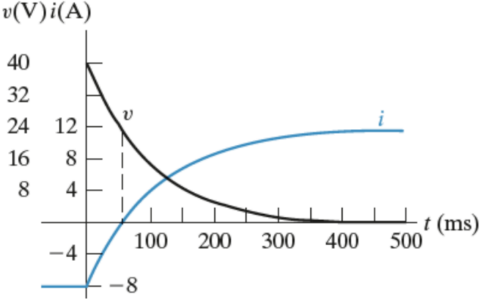


- (e) Gráficos de $i(t)$ e $v(t)$

Exemplo numérico



- Gráficos de $i(t)$ e $v(t)$

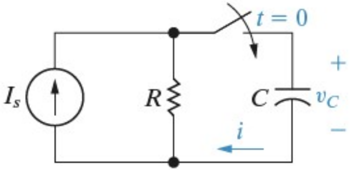


Resposta ao degrau de um circuito RC

- A energia armazenada no capacitor no instante em que a chave fechada é dada em termos de uma tensão inicial diferente de zero $v_c(0)$

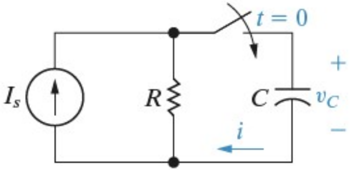
Resposta ao degrau de um circuito RC

- A energia armazenada no capacitor no instante em que a chave fechada é dada em termos de uma tensão inicial diferente de zero $v_c(0)$
- A tarefa é determinar as expressões para a corrente no circuito e para a tensão nos terminais do capacitor após o fechamento da chave



Resposta ao degrau de um circuito RC

- A energia armazenada no capacitor no instante em que a chave fechada é dada em termos de uma tensão inicial diferente de zero $v_c(0)$
- A tarefa é determinar as expressões para a corrente no circuito e para a tensão nos terminais do capacitor após o fechamento da chave



$$-I_s + i_R + i_C = 0$$

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = I_s$$

Resposta ao degrau de um circuito RC

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = I_s$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{RC} + \frac{I_s}{C}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{RC}\left(v - RI_s\right)$$

$$\frac{dv}{\left(v - RI_s\right)} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int_{V_0}^{v(t)} \frac{dv}{\left(v - RI_s\right)} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

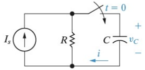
$$\left[\ln\left(v - RI_s\right)\right]_{V_0}^{v(t)} = -\frac{1}{RC}\left[t\right]_0^t dt$$

$$\ln\frac{\left(v(t) - RI_s\right)}{\left(V_0 - RI_s\right)} = -\frac{t}{RC}$$

$$v(t) = RI_s + \left(V_0 - RI_s\right)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v(t) = v(\infty) + \left(V_0 - v(\infty)\right)e^{-\frac{t}{RC}}$$

Resposta ao degrau de um circuito RC

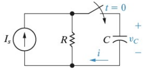


Resposta a um degrau de um circuito RC

1. Determine a tensão inicial, $V(0)$, no capacitor em $t = 0$:

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

Resposta ao degrau de um circuito RC



Resposta a um degrau de um circuito RC

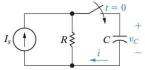
1. Determine a tensão inicial, $V(0)$, no capacitor em $t = 0$:

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

2. Determine a tensão final, $v(\infty)$ no capacitor

$$v(\infty) = I_s R$$

Resposta ao degrau de um circuito RC



Resposta a um degrau de um circuito RC

1. Determine a tensão inicial, $V(0)$, no capacitor em $t = 0$:

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

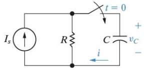
2. Determine a tensão final, $v(\infty)$ no capacitor

$$v(\infty) = I_s R$$

3. Calcule a constante de tempo τ:

$$\tau = RC$$

Resposta ao degrau de um circuito RC



Resposta a um degrau de um circuito RC

1. Determine a tensão inicial, $V(0)$, no capacitor em $t = 0$:

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

2. Determine a tensão final, $v(\infty)$ no capacitor

$$v(\infty) = I_s R$$

3. Calcule a constante de tempo τ:

$$\tau = RC$$

4. Expresse a $v(t)$ para $t \geq 0$:

$$v(t) = I_s R + (V_0 - I_s R)\, e^{-t/RC} \text{ ou}$$
$$v(t) = v(\infty) + [V_0 - v(\infty)]\, e^{-t/\tau}$$

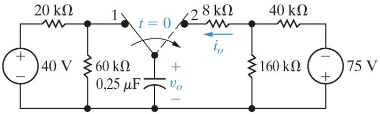
Exemplo numérico

A chave do circuito mostrado na Figura 7.22 esteve na posição 1 por um longo tempo. Em $t = 0$, ela passa para a posição 2. Determine

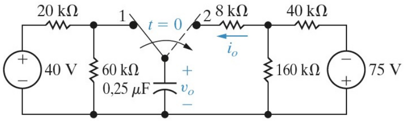
a) $v_o(t)$ para $t \geq 0$ e

b) $i_o(t)$ para $t \geq 0^+$.

Figura 7.22 Circuito para o Exemplo 7.6.

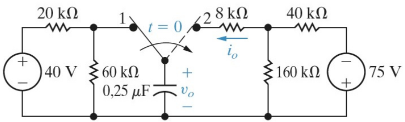


Exemplo numérico



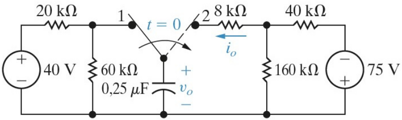
a. $v_o(t)$ para $t \geq 0$

Exemplo numérico



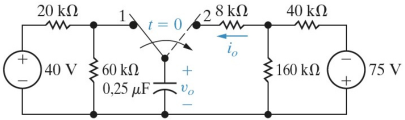
a) $v_o(t)$ para $t \geq 0$

Chave na posição 1: $v_o = 40 \frac{60}{20+60} = 30\,\text{V}$



1. $v_o(t)$ para $t \geq 0$
   Chave na posição 1: $v_o = 40\frac{60}{20+60} = 30\,\text{V}$
   Chave na posição 2: Equivalente Norton:

Exemplo numérico



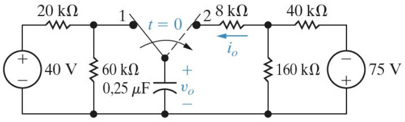
a. $v_o(t)$ para $t \geq 0$
Chave na posição 1: $v_o = 40\frac{60}{20+60} = 30\,\text{V}$
Chave na posição 2: Equivalente Norton:

$$V_{Th} = -75\frac{160}{160+40} = -60\,\text{V}$$

$$R_N = R_{Th} = 8k + 40k//160k = 40\,\text{k}\Omega$$

$$I_N = -\frac{60}{40k} = -1.5\,\text{mA}$$

Exemplo numérico



a. $v_o(t)$ para $t \geq 0$
Chave na posição 1: $v_o = 40\frac{60}{20+60} = 30\,\mathrm{V}$
Chave na posição 2: Equivalente Norton:

$$V_{Th} = -75\frac{160}{160+40} = -60\,\mathrm{V}$$

$$R_N = R_{Th} = 8k + 40k//160k = 40\,\mathrm{k\Omega}$$

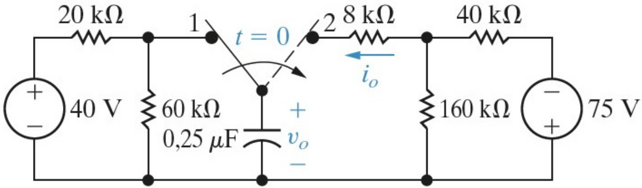
$$I_N = -\frac{60}{40k} = -1.5\,\mathrm{mA}$$

$$v_c(t) = I_sR + (V_0 - I_sR)\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= -1.5m\;40k + (30 - (-1.5m\;40k))\,e^{-\frac{t}{40k\;0.25\mu}}$$

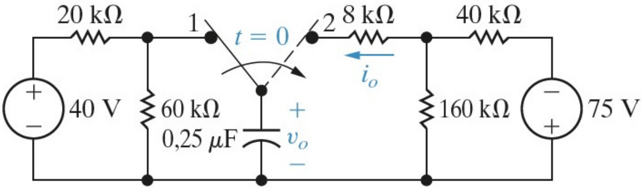
$$v_o(t) = v_c(t) = -60 + 90e^{-100t}\ \mathrm{V}\ \text{para}\ t \geq 0^+$$

Exemplo numérico



b. $i_o(t)$ para $t \geq 0^+$

Exemplo numérico



b. $i_o(t)$ para $t \geq 0^+$

$$i_o(t) = C\frac{dv}{dt} = 0.25\mu\frac{d\left(-60 + 90e^{-100t}\right)}{dt}$$

$$= 0.25\mu\left(-100\ 90e^{-100t}\right)$$

$$i_o(t) = -2.25e^{-100t}\text{mA para } t \geq 0^+$$

Resposta completa

$$\boxed{\text{Resposta completa} = \underbrace{\text{resposta natural}}_{\text{energia armazenada}} + \underbrace{\text{resposta forçada}}_{\text{fonte independente}}}$$

Resposta completa

$$\boxed{\text{Resposta completa} = \underbrace{\text{resposta natural}}_{\text{energia armazenada}} + \underbrace{\text{resposta forçada}}_{\text{fonte independente}}}$$

ou também:

$$\boxed{\text{Resposta completa} = \underbrace{\text{resposta transiente}}_{\text{parte temporária}} + \underbrace{\text{resposta em regime estacionário}}_{\text{parte permanente}}}$$

Resposta completa

A resposta transiente é temporária, pois é a parte da resposta completa que decai a zero à medida que o tempo se aproxima de infinito

Resposta completa

A resposta transiente é temporária, pois é a parte da resposta completa que decai a zero à medida que o tempo se aproxima de infinito

Resposta transiente

É a resposta temporária do circuito que se extinguirá com o tempo

Resposta completa

A resposta transiente é temporária, pois é a parte da resposta completa que decai a zero à medida que o tempo se aproxima de infinito

Resposta transiente

É a resposta temporária do circuito que se extinguirá com o tempo

A resposta em regime estacionário é a parte da resposta completa que permanecerá após a resposta transiente ter se extinguido

Resposta completa

A resposta transiente é temporária, pois é a parte da resposta completa que decai a zero à medida que o tempo se aproxima de infinito

Resposta transiente

É a resposta temporária do circuito que se extinguirá com o tempo

A resposta em regime estacionário é a parte da resposta completa que permanecerá após a resposta transiente ter se extinguido

Resposta em regime estacionário

É o comportamento do circuito um longo tempo após a excitação externa ter sido aplicada

Solução geral

- A solução geral para a resposta natural e a um degrau de circuitos RL e RC tem a forma:

$$x(t) = x_f + [x(t_0) - x_f]\, e^{-(t-t_0)/\tau}$$

- Escrevendo por extenso

$$\begin{matrix}\text{variável}\\ \text{desconhecida em}\\ \text{função do tempo}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{valor}\\ \text{final da}\\ \text{variável}\end{matrix}$$

$$+ \begin{bmatrix}\text{valor} & & \text{valor}\\ \text{inicial da} & - & \text{final da}\\ \text{variável} & & \text{variável}\end{bmatrix} e^{\frac{-\left[t-(\text{tempo de chaveamento})\right]}{(\text{constante de tempo})}}$$

- Em muitos casos o instante de tempo do chaveamento, isto é, t_0, é igual a zero

Funções de singularidade

Funções de singularidade

são funções que são descontínuas ou então que apresentam derivadas descontínuas

Funções de singularidade

são funções que são descontínuas ou então que apresentam derivadas descontínuas

As funções de singularidade (também conhecidas como funções de comutação) são muito úteis na análise de circuitos, pois:

Funções de singularidade

Funções de singularidade

são funções que são descontínuas ou então que apresentam derivadas descontínuas

As funções de singularidade (também conhecidas como funções de comutação) são muito úteis na análise de circuitos, pois:

- servem como boas aproximações aos sinais de comutação que surgem em circuitos com operações de comutação

Funções de singularidade

são funções que são descontínuas ou então que apresentam derivadas descontínuas

As funções de singularidade (também conhecidas como funções de comutação) são muito úteis na análise de circuitos, pois:

- servem como boas aproximações aos sinais de comutação que surgem em circuitos com operações de comutação
- são úteis na descrição compacta e elegante de alguns fenômenos em circuitos, especialmente a resposta a um degrau de circuitos RC ou RL

Funções de singularidade

Funções de singularidade

são funções que são descontínuas ou então que apresentam derivadas descontínuas

As funções de singularidade (também conhecidas como funções de comutação) são muito úteis na análise de circuitos, pois:

- servem como boas aproximações aos sinais de comutação que surgem em circuitos com operações de comutação
- são úteis na descrição compacta e elegante de alguns fenômenos em circuitos, especialmente a resposta a um degrau de circuitos RC ou RL

As três funções de singularidade mais usadas na análise de circuitos são: degrau unitário, impulso unitário e rampa unitária

Função degrau unitário

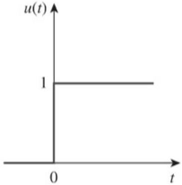
Função degrau unitário

A função degrau unitário $u(t)$ é 0 para valores negativos de t e 1 para valores positivos de t

Função degrau unitário

Função degrau unitário

A função degrau unitário $u(t)$ é 0 para valores negativos de t e 1 para valores positivos de t

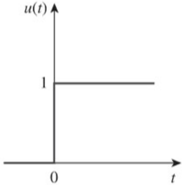


$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

Função degrau unitário

Função degrau unitário

A função degrau unitário $u(t)$ é 0 para valores negativos de t e 1 para valores positivos de t



$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

<u>Observe</u> que a **função degrau unitário é indefinida em** $t = 0$, em que ela muda abruptamente de 0 para 1

Função degrau unitário

Se a mudança abrupta ocorrer em $t = t_0$ (em que $t_0 > 0$) em vez de $t = 0$, a função degrau unitário fica:

Função degrau unitário

Se a mudança abrupta ocorrer em $t = t_0$ (em que $t_0 > 0$) em vez de $t = 0$, a função degrau unitário fica:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$$

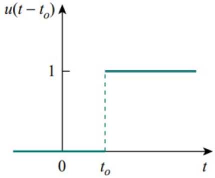
Função degrau unitário

Se a mudança abrupta ocorrer em $t = t_0$ (em que $t_0 > 0$) em vez de $t = 0$, a função degrau unitário fica:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$$

Já um deslocamento no tempo implica substituir t por $(t - t_0)$:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0, t < t_0 \\ 1, t > t_0 \end{cases}$$



Função degrau unitário

Uma fonte de tensão V_0 ligada em $t = 0$ pode ser representada como:

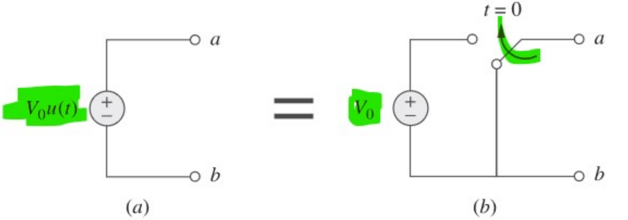
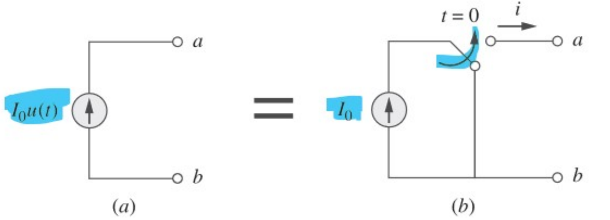


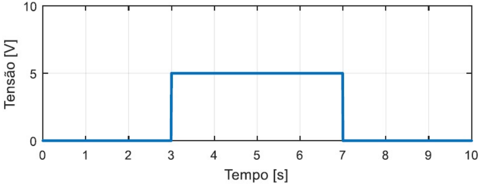
Figura 7.25 (a) Fonte de tensão $V_0u(t)$; (b) seu circuito equivalente.



Função degrau unitário

Exemplo: uma fonte de tensão $5V$ ligada no tempo $t = 3$ e desligada $4s$ após.

$$v(t) = 5\big(u(t-3) - u(t-7)\big)$$



Função impulso unitário

Função impulso unitário

A função impulso unitário $\delta(t)$ é zero em qualquer ponto, exceto em $t = 0$, onde ela é indefinida

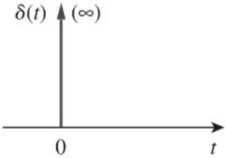
Função impulso unitário

Função impulso unitário

A função impulso unitário $\delta(t)$ é zero em qualquer ponto, exceto em $t = 0$, onde ela é indefinida

A derivada da função degrau unitário $u(t)$ é a função impulso unitário $\delta(t)$, que é escrita como:

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \text{Indefinido}, & t = 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases}$$



Função impulso unitário

- Correntes e tensões de pico ocorrem em circuitos elétricos como resultados de operações de comutação ou fontes de impulsos

Função impulso unitário

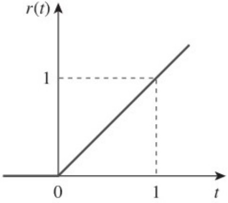
- Correntes e tensões de pico ocorrem em circuitos elétricos como resultados de operações de comutação ou fontes de impulsos
- Embora a função impulso unitário não seja fisicamente realizável (exatamente como ocorre com as fontes de tensão ideais, resistores ideais etc.), esta é uma **ferramenta matemática muito útil**
- O impulso unitário pode ser considerado um choque elétrico aplicado ou resultante e ser visualizado como um *pulso de área unitária de curtíssima duração*

Função rampa unitário

Função rampa unitária

A função rampa unitária é zero para valores negativos de t e apresenta uma inclinação unitária para valores positivos de t

Integrando a função degrau unitário $u(t)$, obtemos a função rampa unitária $r(t)$; escrevemos:

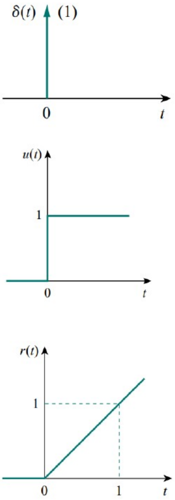


$$r(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$$

Relação entre as três funções vistas:

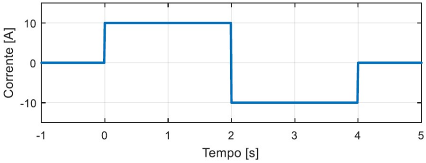
$$\delta(t) = \frac{d\,u(t)}{dt}, \qquad u(t) = \frac{d\,r(t)}{dt}$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt, \qquad r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(t)dt$$

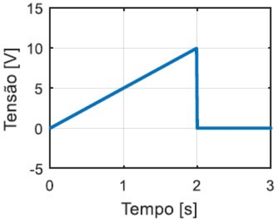


Exercícios propostos

Exercício 1) Determinar o sinal de corrente representado pela função $i(t)$:



Exercício 2) Expressar o sinal dente de serra na forma de funções de singularidade:



Material Complementar

- Capítulo 7 (ALEXANDER; SADIKU, 2013)
- Capítulo 7 (NILSSON; RIEDEL, 2016)

Exercícios propostos:

3) Utilização do método de solução geral para determinar a resposta a um degrau de um circuito RC:

A chave do circuito mostrado na Figura 7.25 esteve na posição a por um longo tempo. Em $t = 0$, ela passa para a posição b.

a) Qual é o valor inicial de v_C?

b) Qual é o valor final de v_C?

c) Qual é a constante de tempo do circuito quando a chave está na posição b?

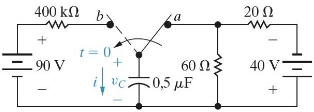
d) Qual é a expressão para $v_C(t)$ para $t \geq 0$?

e) Qual é a expressão para $i(t)$ para $t \geq 0^+$?

f) Em quanto tempo, após a chave passar para a posição b, a tensão no capacitor atinge o valor de zero?

g) Faça um gráfico de $v_C(t)$ e $i(t)$ em função de t.

Figura 7.25 Circuito para o Exemplo 7.7.



Exercício propostos:

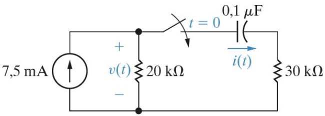
4) Utilização do método de solução geral com condições iniciais nulas:

A chave no circuito mostrado na Figura 7.27 esteve aberta por um longo tempo. A carga inicial no capacitor é nula. Em $t = 0$, a chave é fechada. Determine a expressão para

a) $i(t)$ para $t \geq 0^+$ e

b) $v(t)$ quando $t \geq 0^+$.

Figura 7.27 Circuito para o Exemplo 7.8.



1. Análise de Circuitos Resistivos
2. Análise de Circuitos no Domínio do Tempo
   - indutor e capacitor
   - Respostas Temporais e associação série/paralelo de indutores/capacitores
   - Circuitos de 1ª ordem
   - Resposta natural de circuitos RL e RC
   - Constante de tempo
   - Funções de singularidade: degrau, impulso e rampa
   - Resposta ao degrau de circuitos RL e RC
   - Resposta completa de circuitos RL e RC
   - Circuitos de 2ª ordem
   - Condições iniciais e finais para fontes constantes
   - Resposta natural: superamortecida, subamortecida criticamente amortecida (RLC)
   - Resposta completa de circuitos RLC paralelo
   - Resposta completa de circuitos RLC série
   - Dualidade
   - Chaveamento Sequencial
   - Resposta Indefinidamente crescente
   - Resposta Impulsiva
   - Circuitos de ordem superior

Referências

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N.O. **Fundamentos de circuitos elétricos**. Tradução: José Lucimar do Nascimento. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

NILSSON, James W; RIEDEL, Susan A. **Circuitos elétricos**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

Informações complementares:

- Acessar Sabi:
  `https://sabi.ufrgs.br`
- Como acessar ebook pelo SABi:
  `https://www.ufrgs.br/bibcln/como-acessar-ebooks-pelo-sabi-windows`